

An Optimum Synthesis of a Planar Mechanism Using a Dynamic-based Approach

E. A. P. Flores, M. B. C. Yáñez, M. G. V. Cervantes, P. A. N. Suárez and G. S. Cervantes

Abstract— This paper presents a dynamic approach to the synthesis of a crank-rocker four-bar mechanism, that is obtained by an optimization problem and its solution using the Bio-inspired algorithm called Differential Evolution (DE). The proposed dynamic approach states a mono-objective dynamic optimization problem (MODOP), in order to obtain a set of optimal parameters of the system. In this MODOP, the kinematic and dynamic models of the whole system are considered as well as a set of constraints including a dynamic constraint. The DE algorithm is adapted to solve the optimization problem by adding a suitable constraint-handling mechanism that is able to incorporate the kinematic and dynamic constraints of the system. A set of independent computational runs were carried out in order to validate the dynamic approach. An analysis from the mechanical and computational point of view is presented, based on the obtained results. From the analysis of the simulation and its results, it is shown that the solutions for the proposed algorithm lead to a more suitable design based on the dynamic approach.

Keywords— Design optimization, Evolutionary computation, Mechanical systems.

I. INTRODUCTION

NO obstante que actualmente la maquinaria industrial es de construcción sofisticada, uno de los mecanismos que más se sigue utilizando en su construcción es el de cuatro barras. Se ha demostrado que dicho mecanismo es el mecanismo articulado más simple posible para movimiento controlado de un grado de libertad [1]. Una de las ventajas que ofrece la implementación de este mecanismo es la cantidad reducida de partes que lo integran, por lo que es una de las primeras opciones del ingeniero de diseño para el control de movimiento o seguimiento de trayectoria.

Existen varios trabajos de investigación los cuales abordan el análisis y síntesis de este tipo de mecanismos [2],[3],[4],[5].

E. A. P. Flores, Instituto Politécnico Nacional, Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo (CIDETEC-IPN), México D.F., México, aportilla@ipn.mx

M. B. C. Yáñez, Instituto Politécnico Nacional, Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo (CIDETEC-IPN), México D.F., México, b_calva@hotmail.com

M. G. V. Cervantes, Instituto Politécnico Nacional, Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo (CIDETEC-IPN), México D.F., México, mvillarreal@ipn.mx

G. S. Cervantes, Instituto Politécnico Nacional, Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo (CIDETEC-IPN), México D.F., México, gsepulvedac@ipn.mx

P. A. N. Suárez, Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Azcapotzalco (ESIME-AZC), México D.F., México, pninos@ipn.mx

En los trabajos antes mencionados, a partir de la cinemática del sistema, un problema de optimización numérica es propuesto para obtener el conjunto óptimo de parámetros del mecanismo. Las funciones objetivo y las restricciones varían de acuerdo a la tarea para la cual se diseña. Finalmente, los métodos o algoritmos de solución utilizados en este tipo de problemas, consideran dos enfoques: Métodos de Programación Matemática y Algoritmos Bio-inspirados, siendo estos últimos los que presentan ventajas en su implementación y resultados obtenidos [3],[6].

Cuando se realiza un análisis y síntesis desde el punto de vista de la cinemática que debe cumplir el mecanismo, una de las premisas que se establecen es que la velocidad de entrada al mecanismo es de valor constante o de cambios despreciables, lo cual no en todos los casos se puede asegurar. Cuando el dispositivo impulsor del mecanismo es un motor de C.D., éste presenta una variación en su par de salida debido al cambio de inercia del mecanismo a lo largo de su trayectoria [8]. En el presente trabajo, se lleva a cabo la síntesis dimensional de un mecanismo de cuatro barras el cual tiene acoplado al eje de entrada un motor de C.D., utilizando el enfoque de diseño llamado enfoque dinámico de diseño, el cual propone para tal fin, un problema de optimización numérica que incluye el modelo dinámico del sistema además del modelo cinemático así como una función de mérito y un conjunto de restricciones de funcionamiento del sistema.

La organización del artículo se detalla a continuación: la formulación del problema de diseño, la cual incluye el modelado dinámico y cinemático del sistema y las estrategias de optimización se desarrolla en la Sección II. El enfoque de diseño dinámico utilizado en el presente trabajo se presenta en la Sección III y en la Sección IV se expone el algoritmo de solución utilizado en el problema en estudio. Los resultados obtenidos así como una discusión de los mismos se lleva a cabo en la Sección V. Finalmente, en la Sección VI se presentan las conclusiones del presente trabajo.

II. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Muchos autores han definido “índices de mérito” (IM) para evaluar si un mecanismo en particular es eficiente. Sin embargo no se ha llegado a un acuerdo respecto de un solo IM para todos los mecanismos [7]. En el caso del mecanismo de cuatro barras, un índice para juzgar la calidad de su construcción, es la medida de su ángulo de transmisión.

El ángulo de transmisión es una medida de la calidad de la transmisión de fuerza y velocidad en la junta de la biela o acoplador y el balancín o eslabón de salida. Valores cercanos a

90° a lo largo de la trayectoria del mecanismo aseguran una adecuada transmisión de fuerza y velocidad hacia el eslabón de salida, por lo que un mecanismo que mantenga una mínima desviación de este valor a lo largo de dicha trayectoria es de buena calidad desde el punto de vista mecánico y es aceptable para su construcción.

A. Cinemática y Dinámica del Sistema

Los diagramas esquemáticos de un mecanismo de cuatro barras y de un motor de C.D. los cuales integran el sistema en estudio, se muestran en las Figs. 1 y 2, respectivamente. Para el mecanismo de cuatro barras, los círculos sombreados indican la posición de los centros de masa de cada eslabón, r_i y ϕ_i definen dicha posición; m_i y J_i representan la masa y el momento de inercia con respecto al centroide del i -ésimo eslabón, respectivamente. Finalmente, la longitud del eslabón y la coordenada angular para el elemento en cuestión se representan por L_i y θ_i , respectivamente. Con el propósito de generalizar el modelo dinámico del mecanismo, un resorte torsional y un amortiguador con constantes de rigidez y amortiguamiento k y C respectivamente, son acoplados como elementos de carga del mecanismo [8]. Para el motor de C.D.: L y R representan la inductancia y la resistencia de armadura respectivamente, la corriente de entrada es representada por $i(t)$ y el voltaje de entrada por $u(t)$. El momento de inercia combinado debido al eje de salida y a la caja de engranes de salida es J , el coeficiente de amortiguación viscosa debido a posibles fricciones de los rodamientos es B , una carga mecánica constante debida a la fricción en las escobillas, fricción entre engranes o fricción seca en los rodamientos es T_L . Finalmente, T_m y V_b son el torque magnético y la fuerza electromotriz del motor, respectivamente.

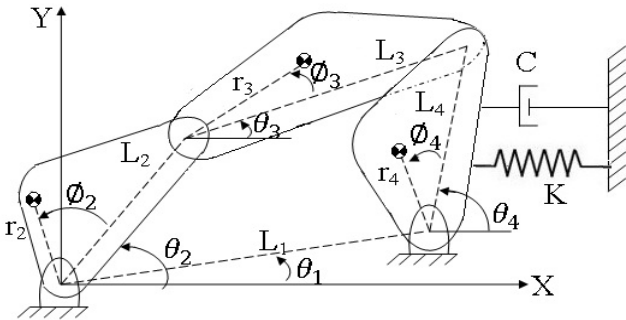


Figura 1. Mecanismo de cuatro barras en la configuración Manivela-Biela-Balancín.

La cinemática y dinámica de los subsistemas que integran el sistema en estudio son bien conocidas, una explicación detallada del procedimiento para obtener dichos modelos se puede consultar en [8].

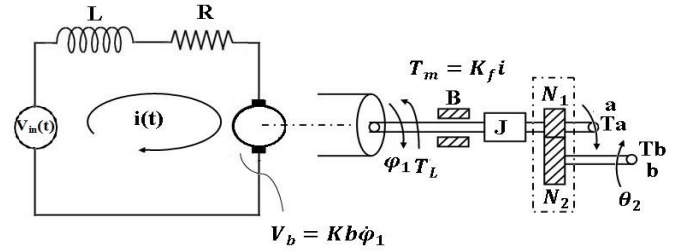


Figura 2 Diagrama esquemático de un motor de C.D.

Sin pérdida de generalidad, la cinemática del mecanismo de cuatro barras se puede expresar mediante las siguientes ecuaciones:

$$\dot{\theta}_i = \gamma_i \dot{\theta}_2 \quad (1)$$

$$v_{ix} = \alpha_i \dot{\theta}_2 \quad (2)$$

$$v_{iy} = \beta_i \dot{\theta}_2 \quad (3)$$

donde:

$$\alpha_2 = -r_2 \sin(\theta_2 + \phi_2) \quad (4)$$

$$\alpha_3 = -L_2 \sin \theta_2 - r_3 \gamma_3 \sin(\theta_3 + \phi_3) \quad (5)$$

$$\alpha_4 = -r_4 \gamma_4 \sin(\theta_4 + \phi_4) \quad (6)$$

$$\beta_2 = r_2 \cos(\theta_2 + \phi_2) \quad (7)$$

$$\beta_3 = L_2 \cos \theta_2 + r_3 \gamma_3 \cos(\theta_3 + \phi_3) \quad (8)$$

$$\beta_4 = r_4 \gamma_4 \cos(\theta_4 + \phi_4) \quad (9)$$

$$\gamma_2 = 1 \quad (10)$$

$$\gamma_3 = \frac{L_2 \sin(\theta_4 - \theta_2)}{L_3 \sin(\theta_3 - \theta_4)} \quad (11)$$

$$\gamma_4 = \frac{L_2 \sin(\theta_3 - \theta_2)}{L_3 \sin(\theta_3 - \theta_4)} \quad (12)$$

$$\theta_3 = 2 \arctan \left[\frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 + A_1^2 - C_1^2}}{C_1 - A_1} \right] \quad (13)$$

$$\theta_4 = 2 \arctan \left[\frac{-E_1 \pm \sqrt{D_1^2 + E_1^2 - F_1^2}}{F_1 - D_1} \right] \quad (14)$$

$$A_1 = 2L_3(L_2 \cos \theta_2 - L_1 \cos \theta_1) \quad (15)$$

$$B_1 = 2L_3(L_2 \sin \theta_2 - L_1 \sin \theta_1) \quad (16)$$

$$C_1 = L_1^2 + L_2^2 + L_3^2 - L_4^2 - 2L_1L_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (17)$$

$$D_1 = 2L_4(L_1 \cos \theta_1 - L_2 \cos \theta_2) \quad (18)$$

$$E_1 = 2L_4(L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin \theta_2) \quad (19)$$

$$F_1 = L_1^2 + L_2^2 + L_4^2 - L_3^2 - 2L_1L_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (20)$$

La ecuación de movimiento del sistema utilizando θ_2 como coordenada generalizada, se establece mediante:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_2} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_2} = T \quad (21)$$

donde:

$$\mathcal{L} = K - P \quad (22)$$

$$K = \sum_{i=2}^4 \left(\frac{1}{2} m_i (v_{ix}^2 + v_{iy}^2) + \frac{1}{2} J_i \dot{\theta}_i^2 \right) = \frac{1}{2} A(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 \quad (23)$$

$$P = \frac{1}{2} k (\theta_4 - \theta_{4,0})^2 \quad (24)$$

$$D = \frac{1}{2} C \dot{\theta}_4^2 \quad (25)$$

$$A(\theta_2) = \sum_{i=2}^4 (m_i (\alpha_i^2 + \beta_i^2) + \gamma_i^2 J_i) \quad (26)$$

Desarrollando las derivadas indicadas en (21), la ecuación de movimiento se expresa en (27).

$$T = A(\theta_2) \ddot{\theta}_2 + \frac{1}{2} \frac{dA(\theta_2)}{d\theta_2} \dot{\theta}_2^2 + k\gamma_4 (\theta_4 - \theta_{4,0}) + C\gamma_4^2 \dot{\theta}_2 \quad (27)$$

donde:

$$A(\theta_2) = C_0 + C_1\gamma_3^2 + C_2\gamma_4^2 + C_3\gamma_3 \cos(\theta_2 - \theta_3 - \phi_3) \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA(\theta_2)}{d\theta_2} &= 2C_1\gamma_3 \frac{d\gamma_3}{d\theta_2} + 2C_2\gamma_4 \frac{d\gamma_4}{d\theta_2} \\ &+ C_3 \frac{d\gamma_3}{d\theta_2} \cos(\theta_2 - \theta_3 - \phi_3) \end{aligned} \quad (29)$$

$$-C_3\gamma_3(1 - \gamma_3) \sin(\theta_2 - \theta_3 - \phi_3) \quad (29)$$

$$C_0 = J_2 + m_2 r_2^2 + m_3 L_2^2 \quad (30)$$

$$C_1 = J_3 + m_3 r_3^2 \quad (31)$$

$$C_2 = J_4 + m_4 r_4^2 \quad (32)$$

$$C_3 = 2m_3 L_2 r_3 \quad (33)$$

$$\frac{d\gamma_3}{d\theta_2} = \frac{L_2(D_1 + D_2)}{L_3 \sin^2(\theta_3 - \theta_4)} \quad (34)$$

$$\frac{d\gamma_4}{d\theta_2} = \frac{L_2(D_3 + D_4)}{L_4 \sin^2(\theta_3 - \theta_4)} \quad (35)$$

$$D_1 = (\gamma_4 - 1) \sin(\theta_3 - \theta_4) \cos(\theta_4 - \theta_2) \quad (36)$$

$$D_2 = (\gamma_4 - \gamma_3) \sin(\theta_4 - \theta_2) \cos(\theta_3 - \theta_4) \quad (37)$$

$$D_3 = (\gamma_3 - 1) \sin(\theta_3 - \theta_4) \cos(\theta_3 - \theta_2) \quad (38)$$

$$D_4 = (\gamma_4 - \gamma_3) \sin(\theta_3 - \theta_2) \cos(\theta_3 - \theta_4) \quad (39)$$

Para el motor de C.D. el modelo dinámico se expresa mediante [9]:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = V_{in}(t) - K_b \dot{\phi}_1 \quad (40)$$

$$T_m - B\dot{\phi}_1 - T_a - T_L = J\ddot{\phi}_1 \quad (41)$$

Para el sistema de engranajes de la salida del motor de C.D., se cumple que:

$$\frac{T_b}{T_a} = \frac{\dot{\phi}_1}{\dot{\theta}_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{N_2}{N_1} = n \quad (42)$$

Donde ℓ_1 , ℓ_2 , N_1 y N_2 representan los radios y el número de dientes de los engranes del sistema.

Utilizando (42), el modelo dinámico del motor de C.D. se expresa mediante:

$$T_b = nK_f i(t) - nT_L - n^2 B \dot{\theta}_2 - n^2 J \ddot{\theta}_2 \quad (43)$$

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = V_{in}(t) - nK_b \dot{\theta}_2 \quad (44)$$

Finalmente, la dinámica acoplada de los dos subsistemas se obtiene a partir de (27), (43) y (44). Proponiendo el vector de variables de estado $\bar{x} = [x_1, x_2, x_3]^T = [\theta_2, \dot{\theta}_2, i(t)]^T$, la representación del sistema acoplado en variables de estado se establece como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(\bar{x}, \bar{p}, t) \\ &= \begin{bmatrix} x_2 \\ A_0 [A_1 x_2^2 + A_2 x_2 + nK_f x_3 + A_3] \\ \frac{1}{L} (u(t) - nK_b x_2 - R x_3) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (45)$$

donde:

$$A_0 = \frac{1}{A(x_1) + n^2 J_1} \quad (46)$$

$$A_1 = -\frac{1}{2} \frac{dA(x_1)}{dx_1} \quad (47)$$

$$A_2 = -(C\gamma_4^2 + n^2 B) \quad (48)$$

$$A_3 = -k\gamma_4 (\theta_4 - \theta_{4,0}) - nT_L \quad (49)$$

B. Estrategias de Optimización

1) *Variables de diseño*: Debido a que la síntesis dimensional de un mecanismo consiste en determinar cuantitativamente las longitudes de los eslabones necesarios para efectuar los movimientos deseados [1], debe ser claro que para el mecanismo de cuatro barras en estudio, el vector de variables de diseño se integra de las longitudes de los eslabones y del ángulo del eslabón de referencia. Dicho vector se define de la siguiente forma:

$$\bar{p} = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)^T = (L_1, L_2, L_3, L_4, \theta_1)^T \quad (50)$$

2) *Función objetivo*: El diseño de un mecanismo de cuatro barras para una adecuada transmisión de fuerza, es aquel que tiene un ángulo de transmisión con desviación mínima de 90° [7]. Esta condición se establece como:

$$\Phi = (\mu_{\max} - 90)^2 + (\mu_{\min} - 90)^2 \quad (51)$$

3) *Restricciones de diseño*: Una de las condiciones que debe cumplir un mecanismo de cuatro barras, para que al menos un eslabón de dicho mecanismo sea capaz de

realizar una revolución completa con respecto al plano de fijación, es la Condición de Grashof [1]. Para el mecanismo en estudio se debe cumplir lo siguiente:

$$L_2 + L_3 \leq L_1 + L_4 \quad (52)$$

Adicionalmente, para asegurar que la síntesis produzca soluciones que satisfagan la condición de Grashof, se debe cumplir también lo siguiente:

$$L_1 \leq L_3 \quad (53)$$

$$L_4 \leq L_3 \quad (54)$$

Por otro lado, si el ángulo de transmisión se “aleja” demasiado de 90° , la ventaja mecánica decrece y podría darse el caso que una pequeña cantidad de fricción ocasione un mal funcionamiento del mecanismo. Una consideración práctica de diseño para este tipo de mecanismos es que el ángulo de transmisión debe permanecer en una región en la que sea igual o mayor de 45° , esta condición se establece por medio de la siguiente relación:

$$\mu \geq 45^\circ \quad (55)$$

Debido a que en el presente trabajo se lleva a cabo la síntesis dimensional del mecanismo de cuatro barras en su configuración de MBB, se estableció una restricción que asegura la simetría en el movimiento del eslabón de salida, de tal forma que se debe cumplir lo siguiente:

$$180^\circ - \theta_{4\max} = \theta_{4\min} \quad (56)$$

Finalmente, debido a restricciones en el tamaño del mecanismo en estudio, se establecieron las siguientes restricciones geométricas:

$$0.05 \leq L_1 \leq 0.5 \quad (57)$$

$$0.05 \leq L_2 \leq 0.5 \quad (58)$$

$$0.05 \leq L_3 \leq 0.5 \quad (59)$$

$$0.05 \leq L_4 \leq 0.5 \quad (60)$$

$$-45^\circ \leq \theta_1 \leq 45^\circ \quad (61)$$

donde los valores de las cotas para los eslabones están en unidades de [m].

III. ENFOQUE DINÁMICO DE DISEÑO

El enfoque dinámico de diseño para la síntesis óptima del mecanismo de cuatro barras se lleva a cabo al proponer dicha síntesis como un problema de optimización dinámica mono-objetivo (PODM). La solución óptima del PODM es el vector de variables de diseño \vec{p}^* el cual minimiza la función de desempeño (62) sujeto al modelo dinámico del sistema en variables de estado (63), así como a las restricciones de diseño de desigualdad e igualdad (64) a (68). Es importante mencionar que la restricción de diseño de desigualdad (67) es

una restricción dinámica la cual se evalúa utilizando el perfil de las variables de estado del modelo dinámico.

Sea el PODM para la síntesis del mecanismo:

$$\text{Min } \Phi(\vec{p}) = (\mu_{\max} - 90)^2 + (\mu_{\min} - 90)^2 \quad (62)$$

sujeto a:

$$\dot{x} = f(\vec{x}, \vec{p}, t) \quad (63)$$

$$g_1(\vec{p}) = p_2 + p_3 - p_1 - p_4 \leq 0 \quad (64)$$

$$g_2(\vec{p}) = p_1 - p_3 \leq 0 \quad (65)$$

$$g_3(\vec{p}) = p_4 - p_3 \leq 0 \quad (66)$$

$$g_4(\vec{p}, t) = \frac{\pi}{4} - \mu(\vec{p}, t) \leq 0 \quad (67)$$

$$h_1(\vec{p}) = \pi - \theta_{4\max} - \theta_{4\min} = 0 \quad (68)$$

$$\vec{x}(0) = x_0 \quad (69)$$

$$0.05 \leq p_i \leq 0.5 \quad i = 1, \dots, 4 \quad \text{and} \quad -\frac{\pi}{4} \leq p_5 \leq \frac{\pi}{4} \quad (70)$$

IV. ALGORITMO EVOLUTIVO DE SOLUCIÓN

Una de las herramientas tecnológicas que ha incrementado su participación en el proceso de solución de problemas en ingeniería, es la que ofrece la computadora y los múltiples programas desarrollados para tal fin. Es claro que el incremento del poder de cálculo numérico en los equipos de cómputo, permite el uso de dichos equipos en la solución de los mencionados problemas. Los productos que se obtienen varían de acuerdo a las necesidades del diseñador: modelos en 3-D de los sistemas, planos bidimensionales o códigos de control para manufactura asistida por computadora por mencionar algunos.

En el enfoque dinámico de diseño en general, se establecen problemas de optimización los cuales son complejos de solucionar, debido a que integran el comportamiento mecánico así como aspectos dinámicos del sistema. En este tipo de problemas, la solución utilizando Métodos de Programación Matemática (MPM) puede ser complicada debido a que las funciones involucradas en el problema de optimización deben cumplir requisitos tales como: ser convexas, continuas y doblemente derivables, entre otros; lo cual no se puede asegurar en la mayoría de los casos [6]. Por lo tanto, una opción viable para resolver dichos problemas es la que ofrecen los algoritmos bio-inspirados. Una categoría de estos algoritmos bio-inspirados son Los Algoritmos Evolutivos (AE's), los cuales emulan la evolución de las especies y la supervivencia del más fuerte.

Uno de los algoritmos con mejores resultados para la solución de problemas de optimización relacionados con ingeniería es el algoritmo de Evolución Diferencial [10]. En el presente trabajo se utilizó dicho algoritmo junto con un conjunto de reglas para el manejo de las restricciones (RMR) del problema de optimización [11]. En la Fig. 3, se presenta el algoritmo de ED.

```

1  BEGIN
2  G = 0
3  Crear aleatoriamente la población  $\vec{p}_G^i \forall i = 1, \dots, NP$ 
6  Evaluar  $F(\vec{p}_G^i), g(\vec{p}_G^i), h(\vec{p}_G^i), \forall i = 1, \dots, NP$ 
7  Do
8  For  $i = 1$  to  $NP$  Do
9  Seleccionar aleatoriamente  $\{r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i\} \in \vec{x}_G$ .
10  $j_{rand} = \text{randint}(1, D)$ 
11 For  $j = 1$  to  $D$  Do
12 If  $(\text{rand}_j[0, 1] < CR \text{ or } j = j_{rand})$  Then
13  $u_{j,G+1}^i = p_{j,G}^{r_1} + F(p_{j,G}^{r_2} - p_{j,G}^{r_3})$ 
14 Else
15  $u_{j,G+1}^i = p_{j,G}^i$ 
16 End If
17 End For
18 Evaluar  $F(\vec{u}_{G+1}^i), g(\vec{u}_{G+1}^i), h(\vec{u}_{G+1}^i)$ 
19 If  $F(\vec{u}_{G+1}^i)$  mejor que  $F(\vec{p}_G^i)$  con las RMR Then
20  $\vec{p}_{G+1}^i = \vec{u}_{G+1}^i$ 
21 Else
22  $\vec{p}_{G+1}^i = \vec{p}_G^i$ 
23 End If
24 End For
25  $G = G + 1$ 
26 While  $(G \leq G_{Max})$ 
27 END
    
```

Figura 3. Algoritmo de Evolución Diferencial con manejo de restricciones.

V. RESULTADOS

Un conjunto de 10 simulaciones independientes se llevaron a cabo para la obtención de la síntesis óptima del mecanismo. Los valores de los parámetros del algoritmo de ED fueron constantes en todas las simulaciones: número de individuos de la población $NP = 100$, número de generaciones $G_{Max} = 500$. Por otro lado, el factor de cruce CR y el factor de mutación F se seleccionaron de forma aleatoria entre 0.5 a 1.0 y 0.3 a 0.9, respectivamente. Para la solución del modelo dinámico del sistema, las condiciones iniciales se establecieron como $\vec{x}(0) = [0, 0, 0]^T$ y la señal de control al motor de CD se fijó a un valor constante $u(t) = 30$, respectivamente. El algoritmo de ED se codificó en Matlab® 2008a y ejecutado en una computadora Laptop con 6 GB RAM Intel® procesador Core i5 @ 2.5 GHz, y Microsoft Windows® 7 OS.

Los resultados de las simulaciones numéricas se muestran en la Tabla I. Como se puede observar en los experimentos computacionales realizados, los resultados obtenidos son soluciones factibles de implementarse experimentalmente. Lo anterior con base en el hecho de que todas las soluciones cumplen con las restricciones impuestas en el problema de optimización.

El análisis estadístico de las simulaciones numéricas se muestra en la Tabla II así como los tiempos de ejecución de las mismas se pueden observar en la Tabla III. De los resultados se puede observar que desde el punto de vista computacional la síntesis obtenida del mecanismo mediante el mencionado problema de optimización es viable, lo anterior debido al comportamiento estable en cuanto a la convergencia constante del algoritmo hacia una solución factible, al presentar el conjunto de simulaciones numéricas un valor bajo de desviación estándar así como tiempos de ejecución razonables (50000 evaluaciones de la función objetivo por simulación) para dicha convergencia.

TABLA II. ESTADÍSTICA DE LOS RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES NUMÉRICAS.

| | |
|---------------------|-------------------|
| Mejor | 0.203693372728711 |
| Promedio | 0.203693373100000 |
| Peor | 0.203693376503501 |
| Desviación estándar | 1.12352E-09 |

TABLA III. TIEMPOS DE EJECUCIÓN DE LAS SIMULACIONES NUMÉRICAS.

| Simulación | Tiempo/Hrs. |
|------------|-------------|
| 1 | 1.09 |
| 2 | 1.03 |
| 3 | 1.16 |
| 4 | 1.03 |
| 5 | 1.11 |
| 6 | 1.03 |
| 7 | 1.00 |
| 8 | 1.02 |
| 9 | 1.01 |
| 10 | 1.14 |

En la Fig. 4 se muestra la amplitud del movimiento del eslabón de salida del mecanismo así como el comportamiento del ángulo de transmisión a lo largo de varios ciclos del eslabón de entrada, utilizando la mejor solución reportada en la Tabla I. Como se puede apreciar, el valor del ángulo de transmisión a lo largo de la trayectoria satisface las condiciones de diseño impuestas para la síntesis óptima del mecanismo (restricción g_4 y función objetivo Φ del PODM), al permanecer en la región comprendida entre las cotas 1.5707rad y 0.7853 rad. Por otro lado, la condición para el movimiento del eslabón de salida del mecanismo (restricción h_1) se cumple al observar que la variación de dicho movimiento tiene como valor promedio aproximado 1.5707 rad.

TABLA I. DETALLES DE LAS SOLUCIONES OBTENIDAS.

| Simulación | Vector de variables de diseño | | | | Función objetivo | |
|------------|-------------------------------|-------------|-------------|-------------|------------------|-------------------|
| 1 | 0.500000000 | 0.050000000 | 0.500000000 | 0.223356852 | -0.216220197 | 0.203693372728711 |
| 2 | 0.499999999 | 0.050000000 | 0.499999999 | 0.223356656 | -0.218150456 | 0.203693372728712 |
| 3 | 0.500000000 | 0.050000000 | 0.500000000 | 0.223356852 | -0.216402324 | 0.203693372728712 |
| 4 | 0.499999999 | 0.050000000 | 0.499999999 | 0.223356935 | -0.218540147 | 0.203693372728712 |
| 5 | 0.500000000 | 0.050000000 | 0.500000000 | 0.223356854 | -0.223182787 | 0.203693372728944 |
| 6 | 0.499999999 | 0.050000000 | 0.499999999 | 0.223355427 | -0.218504653 | 0.203693372752310 |
| 7 | 0.499999999 | 0.050000000 | 0.499999999 | 0.223352827 | -0.215178703 | 0.203693372759307 |
| 8 | 0.499999999 | 0.050000000 | 0.499999999 | 0.223356151 | -0.224005305 | 0.203693372792295 |
| 9 | 0.499999999 | 0.050000000 | 0.499999999 | 0.223356532 | -0.223820895 | 0.203693372920315 |
| 10 | 0.500000000 | 0.050000000 | 0.500000000 | 0.223356854 | -0.218336973 | 0.203693376503501 |

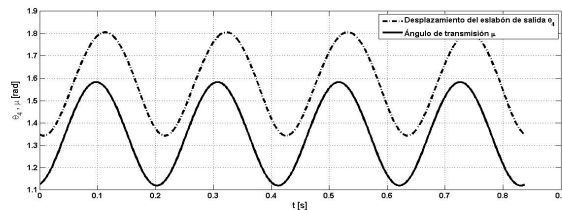


Figura 4. Gráficas del ángulo de transmisión y del movimiento del eslabón de salida.

Finalmente, para propósitos de comparación en la Tabla IV se muestran los resultados obtenidos utilizando dos algoritmos alternos para resolver el problema de optimización propuesto en el presente trabajo: algoritmo de forrajeo de bacterias modificado (MBFOA) [12] y el algoritmo de tormenta de ideas (BSO) [13]. Los valores de los parámetros para cada uno de estos algoritmos se determinaron experimentalmente por los autores respectivos, considerando diferentes combinaciones y seleccionando aquellas con mejor desempeño.

Como se puede observar, si bien los algoritmos alternos producen resultados competitivos con respecto a los generados por el algoritmo presentado en este trabajo, este último produce soluciones que son mejores en todos los aspectos considerados, ya que la desviación estándar de sus simulaciones es menor que la correspondiente a los resultados de los otros dos enfoques; además, el peor resultado de dichas simulaciones con ED es mejor que las mejores soluciones obtenidas por los algoritmos alternos.

VI. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se lleva a cabo la síntesis óptima de un mecanismo de cuatro barras. Dicha síntesis se obtiene al establecer un problema de optimización numérica en el cual se establecen las condiciones de trabajo que el mecanismo debe cumplir. Es importante mencionar que en la metodología utilizada, el modelo dinámico y cinemático del mecanismo son integrados al problema de optimización. La solución óptima del problema de optimización es el conjunto de parámetros descriptores del sistema.

Los resultados presentados permiten concluir que el enfoque dinámico de diseño es una alternativa viable para el análisis y síntesis de este tipo de mecanismos al producir resultados que cumplen con las condiciones de diseño previamente establecidas. Por otro lado, el poder de cómputo que ofrecen los algoritmos bio-inspirados y la tecnología computacional disponible permiten una relativa facilidad en el proceso de obtención de soluciones, lo cual es importante actualmente para los ingenieros de diseño.

Los trabajos a futuro estarán enfocados en integrar la etapa de diseño del controlador del sistema, en la metodología utilizada en el presente artículo así como la implementación de otras técnicas heurísticas para la solución de los problemas de optimización resultantes.

TABLA IV. COMPARACIÓN DE ALGORITMOS BASADA EN RESULTADOS DE LA FUNCION OBJETIVO.

| Algoritmo | Mejor | Promedio | Peor | Desviación estándar |
|-----------|-------------|-------------|-------------|---------------------|
| ED | 0.203693372 | 0.203693373 | 0.203693376 | 1.12352E-09 |
| MBFOA | 0.203695230 | 0.203700373 | 0.203709960 | 5.0E-06 |
| BSO | 0.203693595 | 0.214228974 | 0.249702362 | 1.49509E-08 |

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo recibido por el Instituto Politécnico Nacional a través de la Secretaría de Investigación y Posgrado vía los proyectos SIP-20131350 y SIP-20131053, así como a través de los programas de EDI y COFAA. La segunda autora así como el tercer autor agradecen al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México (CONACyT-México) la beca otorgada para estudios de Posgrado en el CIDETEC-IPN y el apoyo vía el proyecto 182298, respectivamente.

REFERENCIAS

- [1] R. Norton, "Diseño de maquinaria, una introducción a la síntesis y al análisis de mecanismos y máquinas", McGraw Hill, Primera Edición en Español, 1995.
- [2] Y. Hong-Sen and S. Ren-Chung, "Kinematic and dynamic design of four-bar linkages by links counterweighting with variable input speed", *Mech. Mach. Theory*, vol. 36, pp. 1051-1071, 2001
- [3] S.K. Acharyya and M. Mandal, "Performance of EAs for four-bar linkage synthesis", *Mech. Mach. Theory*, vol. 44, pp. 1784-1794, 2009.
- [4] M. Khorshidi, M. Soheilypour, M. Peyro, A. Atai and M. Shariat Panahi, "Optimal design of four-bar mechanisms using a hybrid multi-objective GA with adaptive local search", *Mech. Mach. Theory*, vol. 46, pp. 1453-1465, 2011.
- [5] B. S. Kim and H.H. Yoo, "Unified synthesis of a planar four-bar mechanism for function generation using a spring-connected arbitrarily sized block model", *Mech. Mach. Theory*, vol. 49, pp. 141-156, 2012.
- [6] E.A. Portilla-Flores, E. Mezura-Montes, J. Alvarez-Gallegos, C.A. Coello-Coello and C.A. Cruz-Villar, "Integration of structure and control using an evolutionary approach: An application to the optimal concurrent design of a CVT", *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 71, pp. 883-901, 2007.
- [7] J.E. Shigley and J.J. Uicker Jr., "Teoría de máquinas y mecanismos", McGraw Hill, 1994.
- [8] J. Tao and J.P. Sadler, "Constant speed control of a motor driven mechanism system", *Mech. Mach. Theory*, vol. 30, no. 5, pp. 737-748, 1995.
- [9] J. Chiasson, "Modeling and high performance control of electrical machine", Wiley-IEE Press, 2005.
- [10] K. Price, R. Storn and J. Lampinen, "Differential evolution: A practical approach to global optimization", *Natural Computing Series*, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2005.
- [11] K. Deb, "An efficient constraint handling method for genetic algorithms", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 186, no. 2/4, pp. 311-338, 2000.
- [12] Portilla Flores E.A., Santiago Valentín E. y Calva Yáñez M.B., "Diseño Óptimo de un Mecanismo Plano utilizando el algoritmo de Forrajeo de Bacterias Modificado" En Memorias del III Congreso Mexiquense y I Congreso Nacional CTS+1 - 2013, 11-12 de diciembre 2013, Jocotitlán, Estado de México, México.
- [13] Fernández Jiménez Miriam, "Optimización de un mecanismo de cuatro barras usando el algoritmo de optimización basado en tormenta de ideas", Tesis de Maestría en Ciencias, Centro de Enseñanza LANIA A.C., Xalapa, Ver., México, Diciembre de 2014.



Edgar Alfredo Portilla Flores, recibió el grado de Ingeniería en Electrónica por la Universidad Autónoma Metropolitana (México, 1992), Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica por el Instituto Tecnológico de Puebla (México, 2002), Doctorado en Ciencias en Ingeniería Eléctrica por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (México, 2006) y Estancia Posdoctoral en la Universidad Estatal de Campinas (Brasil, 2012). Es Profesor Investigador de tiempo completo en el Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo del Instituto Politécnico Nacional en la Cd. De México. Sus áreas de interés están relacionadas con el Diseño óptimo de sistemas mecatrónicos y aplicación de algoritmos bio-inspirados para la solución de problemas de ingeniería.



Maria Bárbara Calva Yáñez, recibió el grado de Ingeniería en Sistemas Electrónicos por la Universidad Autónoma de Tlaxcala (México, 2010). Es estudiante de Maestría en el Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo del Instituto Politécnico Nacional. CIDETEC-IPN. Sus áreas de interés están relacionadas con el diseño óptimo de sistemas mecatrónicos y aplicación de algoritmos bio-inspirados para la solución de problemas de ingeniería.



Miguel Gabriel Villarreal Cervantes, recibió el grado en Ingeniería Electrónica en el Instituto Tecnológico de Veracruz (México, 2003), el grado de Maestría en Ciencias y de Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica en el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (México, 2005 y 2010). Actualmente es Profesor en el Departamento de Posgrado en el Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo del Instituto Politécnico Nacional, en la Cd. de México. Sus áreas de investigación incluyen optimización de sistemas, desarrollo e implementación de algoritmos meta-heurísticos en el diseño y control de sistemas mecatrónicos óptimos y robótica.



Paola Andrea Niño Suárez, recibió el grado de Ingeniería en Electrónica por la Universidad Antonio Nariño (Colombia, 1995), Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica especialidad Biomédica por la Universidad de los Andes (Colombia, 1998) y Doctorado en Ciencias en Ingeniería Eléctrica por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (México, 2006). Es Profesor Investigador de tiempo completo en la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica-Azcapotzalco del Instituto Politécnico Nacional en la Cd. De México. Sus áreas de interés están relacionadas con Mecatrónica y Robótica móvil.



Gabriel Sepúlveda Cervantes, recibió el grado de Ingeniería en Electrónica y Control por el Instituto Politécnico Nacional (México, 2005) y Doctorado en Ciencias en Ingeniería Eléctrica por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (México, 2009). Es Profesor Investigador de tiempo completo en el Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo del Instituto Politécnico Nacional en la Cd. De México. Sus áreas de interés están relacionadas con Mecatrónica, Interfaces Hápticas y Realidad Virtual.