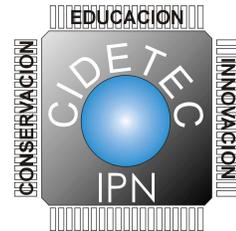




INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CENTRO DE INNOVACIÓN Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO EN CÓMPUTO



**Sintonización óptima de las ganancias del sistema de control en un
robot móvil omnidireccional**

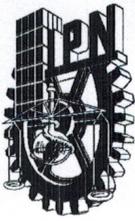
Tesis que para obtener el grado de
Maestría en Tecnología de Cómputo

Presenta:

Omar Serrano Pérez

Directores de la tesis:

Dr. Miguel Gabriel Villarreal Cervantes
M. en C. Juan Carlos González Robles



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 14:30 horas del día 12 del mes de junio del 2017 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación del CIDETEC para examinar la tesis titulada:

"Sintonización óptima de las ganancias del sistema de control en un robot móvil omnidireccional"

Presentada por el alumno:

SERRANO
Apellido paterno

PÉREZ
Apellido materno

OMAR
Nombre(s)

Con registro:

A	1	5	0	1	0	3
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

Maestría en Tecnología de Cómputo

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis

DR. MIGUEL GABRIEL VILLARREAL CERVANTES
Primer Vocal

M. EN C. JUAN CARLOS GONZÁLEZ ROBLES
Segundo Vocal

DR. MARIO ALDAPE PÉREZ
Presidente

M. EN C. MIGUEL HERNÁNDEZ BOLAÑOS
Secretario

M. EN C. JOSÉ PEDRO SÁNCHEZ SANTANA
Tercer Vocal

DR. JUAN CARLOS HERRERA LOZADA

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

DR. OSCAR CAMACHO NIE
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CENTRO DE INNOVACIÓN Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO EN COMPUTO



S. E. P



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México el día 16 del mes de Enero del año 2017, el que suscribe Omar Serrano Pérez alumno del Programa de Maestría en Tecnología de Cómputo con número de registro A150103, adscrito al Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Miguel Gabriel Villarreal Cervantes y M. en C. Juan Carlos González Robles cede los derechos del trabajo intitulado Sintonización óptima de las ganancias del sistema de control en un robot móvil omnidireccional, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección omarserrano95@gmail.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.


Omar Serrano Pérez

Dedicatoria

*Esta tesis se la dedico a mis padres Rafael y Rosa,
ya que sin ellos no tendría la motivación de seguir adelante.
“Si las cosas fueran fáciles, todo mundo las haría”.*

*A mis hermanos Javier y Edgar,
por sus consejos, y su apoyo incondicional.*

*A mi sobrina Sofia,
por llenar de alegrías, sonrisas y cariño nuestra familia.*

*Por último y no menos importante, en memoria de mis queridas abuelitas Elodia † y Luisa †,
su recuerdo y cariño perdurara por siempre.*

Agradecimientos

Quiero agradecer primero a toda mi familia, sus consejos y apoyo se ven reflejados en la terminación de este trabajo.

Al Dr. Miguel Gabriel Villarreal Cervantes, le agradezco la gran oportunidad de trabajo que me brindo, su apoyo, su gran paciencia, y ante todo el voto de confianza para demostrar que todo es posible, que solo se necesita dar lo máximo cada día y nunca rendirse.

Al M. en C. Juan Carlos González Robles, le agradezco todo su apoyo, su asesorías y su tiempo para la revisión de esta tesis.

Les agradezco a todos los investigadores del Centro de Innovación Tecnológico en Cómputo (CIDETEC) por sus enseñanzas a lo largo de este trabajo y además, le agradezco a todos los compañeros del centro que me ayudaron a mejorar este trabajo.

Finalmente, agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por haberme otorgado una beca para realizar mis estudios de Maestría y por el apoyo otorgado con el proyecto CONACYT 181728. Al Instituto Politécnico Nacional (IPN) y a la Secretaría de Investigación y Posgrado del IPN por las becas BEIFI mediante el proyecto 20170783.

Resumen

Para resolver la problemática de regulación o seguimiento de trayectoria en un robot móvil, es necesario utilizar un controlador eficiente, donde actualmente el controlador proporcional-integral-derivativo (PID) ha tenido un gran auge en estas aplicaciones. Un controlador que ha sido utilizado en la literatura para estos sistemas es el controlador proporcional-derivativo (PD), por ser práctico de implementar. Sin embargo, su principal problemática es la sintonización de sus parámetros. Por tal motivo, en este trabajo de tesis se plantea un problema de optimización dinámica fuera de línea para la sintonización óptima de los parámetros del controlador PD, con el propósito de minimizar el error de posición y orientación del robot móvil omnidireccional, y a su vez, minimizar el consumo de energía.

La solución al problema de optimización se proporciona a través de la técnica determinista de programación cuadrática secuencial y, además, diferentes técnicas estocásticas, tales como, evolución diferencial, algoritmo del murciélago, algoritmo de las luciérnagas y el algoritmo de optimización mediante cúmulos de partículas. Se realiza un análisis estadístico no paramétrico con el propósito de conocer los algoritmos que mejor se desempeñan en esta clase de problemas.

A través de resultados en simulación y experimental se verifica el enfoque de sintonización óptima para esta clase de robots móviles omnidireccionales. Los resultados experimentales se realizaron en un prototipo del laboratorio, donde se muestra que las ganancias obtenidas con el enfoque propuesto proporcionan un adecuado compromiso entre el error de seguimiento y consumo de energía.

Abstract

In order to solve the regulation and path tracking problems of a wheeled mobile robot, it is necessary to use an effective controller such as the proportional-integral-derivative (PID) one which has been widely used in these applications. On the other hand, the proportional-derivative (PD) controller has also been used in literature to handle these problems, because of its implementation simplicity. Nevertheless, its main difficulty is the parameter tuning. For this reason, in this work a dynamic off-line optimization problem is stated to optimally tune the parameters of the PD controller with the aim to minimize the position and orientation errors of the omnidirectional mobile robot, and also, minimize the energy consumption.

This optimization problem is solved by using the deterministic technique of sequential quadratic programming, and also with different stochastic techniques such as differential evolution, the bat algorithm, the firefly algorithm and the particle swarm optimization algorithm. A non-parametric statistical analysis is performed to identify the best performing algorithms for this kind of problems.

Through the simulation and experimental results, the effectiveness of the optimal tuning approach for this kind of omnidirectional mobile robot is verified. Experimental results were obtained by using a laboratory prototype and it is observed that the obtained gains with the proposed approach suitably satisfy the trade-off between the tracking error and the energy consumption.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	6
1.2. Objetivos	7
1.3. Contribución	7
1.4. Organización del documento	8
2. Modelo cinemático y dinámico del RMO	9
2.1. Modelo cinemático	9
2.1.1. Análisis cinemático del RMO	11
2.1.2. Análisis de fuerzas y momentos	13
2.1.3. Matriz Jacobiano	14
2.2. Modelo dinámico del RMO	15
2.2.1. Dinámica de la plataforma móvil	15
2.2.2. Dinámica de la rueda	17
2.2.3. Acoplamiento plataforma móvil-rueda	18
2.2.4. Representación en espacio de estados	19
2.3. Sistema de control	20
2.3.1. Control PD en espacio de operación	20
3. Sintonización del controlador con base en un POD	21
3.1. Formulación del problema de optimización.	22
3.1.1. Variables de diseño	23
3.1.2. Función objetivo	23
3.1.3. Restricciones de diseño	24
4. Técnicas para la solución al POD	27
4.1. Programación Cuadrática Secuencial (SQP)	29
4.2. Evolución diferencial (ED)	32
4.3. Algoritmo del murciélago (BA)	34
4.4. Algoritmo de las luciérnagas (FA)	35
4.5. Optimización mediante cúmulos de partículas (PSO)	36
5. Resultados	39
5.1. Parámetros para la simulación del RMO	39
5.2. Parámetros para la ejecución de los algoritmos propuestos	40

5.3. Análisis estadístico no paramétrico	41
5.4. Comportamiento de la convergencia de los algoritmos	43
5.5. Análisis de los resultados óptimos	47
5.5.1. Análisis de errores de los resultados óptimos	73
6. Conclusiones y trabajo a futuro	75
6.1. Perspectivas de trabajo a futuro	76
Bibliografía	81
A. Producción científica	83
B. Tablas con los resultados de la prueba de RSW	85
C. Tablas de resultados de los algoritmos	89
D. Gráficas de convergencia del mejor individuo	113

Índice de figuras

1.1. Integración de la mecatrónica.	1
1.2. Clasificación de los robots móviles	3
1.3. Locomoción de los robots móviles [1].	4
1.4. PID (Proporcional, Integral, Derivativo)	5
2.1. Diagrama esquemático del RMO.	10
2.2. Representación esquemática del movimiento de dos puntos en un cuerpo rígido.	11
2.3. Representación esquemática de las velocidades del RMO.	12
2.4. Representación esquemática de las fuerzas del RMO.	13
2.5. Diagrama esquemático del RMO.	15
2.6. Representación de una rueda.	17
3.1. Máximos y mínimos dentro de una función multimodal.	22
3.2. Gráficas de Bézier	24
3.3. Gráfica del comportamiento de la función epicicloide	25
4.1. Técnicas de optimización	28
5.1. Comportamiento de las funciones objetivos de las mejores corridas por cada algoritmo meta-heurístico y el algoritmo basado en el gradiente.	46
5.2. Acercamiento del comportamiento de las funciones objetivos de las mejores corridas por cada algoritmo meta-heurístico y el algoritmo basado en el gradiente.	46
5.3. Sistema experimental para las pruebas de las ganancias óptimas del RMO.	47
5.4. Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 20</i> ” con ED-Rand 1 Bin.	49
5.5. Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 20</i> ” con ED-Rand 1 Bin.	50
5.6. Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 21</i> ” con ED-Rand 1 Exp.	51
5.7. Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 21</i> ” con ED-Rand 1 Exp.	52

5.8. Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 3</i> ” con ED-Best 1 Bin.	53
5.9. Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 3</i> ” con ED-Best 1 Bin.	54
5.10. Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 14</i> ” con ED-Best 1 Exp.	55
5.11. Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 14</i> ” con ED-Best 1 Exp.	56
5.12. Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 25</i> ” con ED-Current to Rand 1.	57
5.13. Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 25</i> ” con ED-Current to Rand 1.	58
5.14. Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 14</i> ” con ED-Current to Best 1.	59
5.15. Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 14</i> ” con ED-Current to Best 1.	60
5.16. Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 25</i> ” con ED-Current to Rand 1 Bin.	61
5.17. Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 25</i> ” con ED-Current to Rand 1 Bin.	62
5.18. Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 23</i> ” con ED-Current to Best 1 Bin.	63
5.19. Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 23</i> ” con ED-Current to Best 1 Bin.	64
5.20. Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 2</i> ” con PSO.	65
5.21. Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 2</i> ” con PSO.	66
5.22. Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 15</i> ” con BA.	67

5.23. Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 15</i> ” con BA.	68
5.24. Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 16</i> ” con FA.	69
5.25. Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 16</i> ” con FA.	70
5.26. Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 68</i> ” con SQP.	71
5.27. Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “ <i>corrida 68</i> ” con SQP.	72
D.1. Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “ <i>corrida 20</i> ” con ED-Rand 1 Bin.	114
D.2. Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “ <i>corrida 21</i> ” con ED-Rand 1 Exp.	114
D.3. Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “ <i>corrida 3</i> ” con ED-Best 1 Bin.	115
D.4. Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “ <i>corrida 14</i> ” con ED-Best 1 Exp.	115
D.5. Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “ <i>corrida 25</i> ” con ED-Current to Rand 1.	116
D.6. Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “ <i>corrida 14</i> ” con ED-Current to Best 1.	116
D.7. Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “ <i>corrida 25</i> ” con ED-Current to Rand 1 Bin.	117
D.8. Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “ <i>corrida 23</i> ” con ED-Current to Best 1 Bin.	117
D.9. Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “ <i>corrida 2</i> ” con PSO.	118
D.10. Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “ <i>corrida 15</i> ” con BA.	118
D.11. Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “ <i>corrida 16</i> ” con FA.	119
D.12. Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “ <i>corrida 68</i> ” con SQP.	119

Introducción

La mecatrónica es la combinación sinérgica de las áreas de ingeniería mecánica, ingeniería electrónica, ingeniería de control e ingeniería en informática (Figura 1.1). La mecatrónica se puede definir como el “Diseño y construcción de sistemas mecánicos inteligentes”, donde dichos sistemas se componen principalmente de mecanismos, actuadores, sensores y controladores óptimos. El uso de la mecatrónica se ha incrementado en los últimos años y sigue en ascenso, esto se debe a la necesidad del hombre en crear nuevas generaciones de robots, y mecanismos expertos con el fin de realizar trabajos en una gran variedad de ambientes, principalmente en la automatización de fábricas e incluso en las casas.

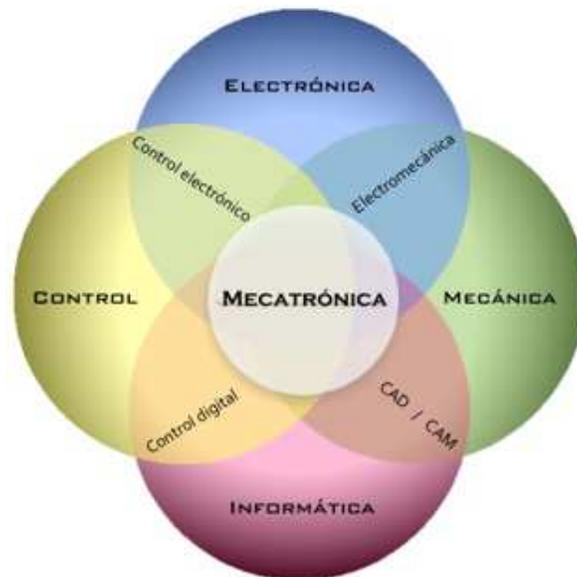


Figura 1.1: Integración de la mecatrónica.

Dicha necesidad del hombre por crear máquinas capaces de imitar a los seres vivos y a su vez autónomos, con el objetivo de sustituir de manera parcial o total sus labores del ser humano, surge una área muy importante, denominada robótica. La Asociación de Industrias de Robótica (RIA) en 1979 define oficialmente el término robot como: *Un robot es un manipulador reprogramable y multifuncional diseñado para mover materiales, partes,*

herramientas o dispositivos especializados a través de varios movimientos programados para el desarrollo de una variedad de tareas. En general, existe una clasificación de los robots empleada en la literatura:

I Manipuladores.

Estos robots tienen la capacidad de mover piezas de un lugar a otro, y su base es fija, y se divide en:

I.I Manipulador serial.

I.II Manipulador paralelo.

II Robots Móviles.

Son robots con gran capacidad de desplazamiento, basados en carros o plataformas y dotados de un sistema locomotor capaces de desplazarse por el suelo, en lugares con obstáculos sin intervención del hombre.

III Vehículos.

Este tipo de robots son aquellos robots que se desplazan en un fluido.

IV Híbridos.

Estos robots corresponden a aquellos de difícil clasificación, cuya estructura se sitúa en combinación de todos los antes mencionados.

Los robots móviles se están convirtiendo en uno de los más interesantes en los últimos años. Se constituyen ampliamente en aplicaciones de las áreas de control, programación, inteligencia artificial, percepción e instrumentación, aportando soluciones tecnológicas innovadoras orientadas al desarrollo de mejores robots [2]. La navegación autónoma de los robots móviles ha sido, y es, un campo de investigación muy activo en las últimas décadas, con importantes avances que han permitido la integración de robots móviles en el ámbito industrial e incluso en el ámbito doméstico. Puesto que son una solución factible para conseguir la movilidad en terrenos firmes y libres de obstáculos, permitiendo obtener velocidades de respuesta relativamente altas y precisas para la ejecución de cualquier tarea requerida.

No obstante, los robots móviles se pueden clasificar por el tipo de locomoción utilizado. En general, los tres medios de movimientos son: a) por ruedas, b) por patas y c) orugas (ver Figura 1.2), que les confieren características y propiedades diferentes respecto a la eficiencia energética, dimensiones, cargas útiles y maniobrabilidad [3].

Para los robots móviles con locomoción mediante ruedas su movilidad está caracterizada por dos factores importantes: el tipo de ruedas que poseen y su distribución sobre una estructura mecánica, dando destreza a los robots para desarrollar diferentes tareas de acuerdo a su capacidad y especificaciones [4]. A continuación se muestra la clasificación de los robots móviles con ruedas (Figura 1.3):

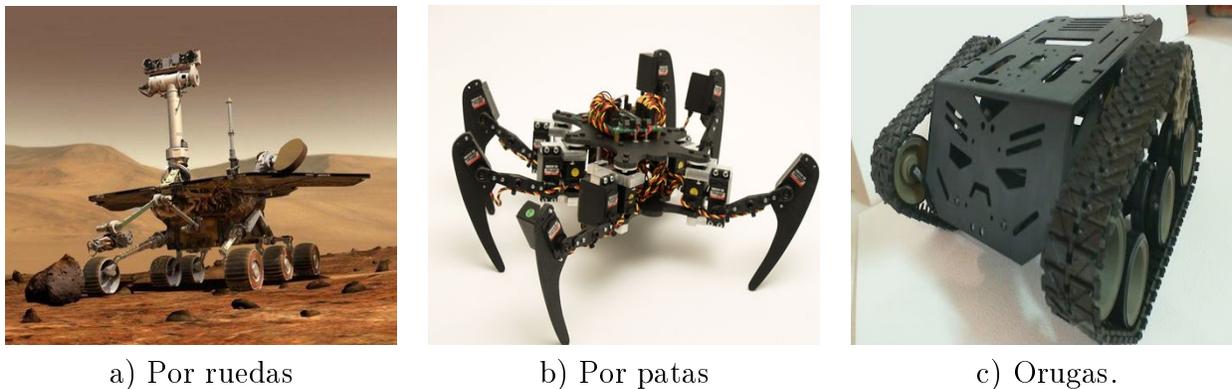


Figura 1.2: Clasificación de los robots móviles

A.- Ackerman o Tipo Coche.

Este tipo de robot se basa en dos ruedas traseras tractoras que se montan de forma paralela en el chasis principal del vehículo, mientras que las ruedas delanteras son del tipo direccionamiento (esta configuración presenta dos ángulos de giro, uno en cada rueda delantera).

B.- Triciclo clásico.

Este tipo de robot se basa en una rueda delantera que sirve tanto para la tracción como para el direccionamiento. En el eje trasero cuenta con ruedas fijas sobre un mismo eje moviéndose libremente. El centro de gravedad tiende a desplazarse cuando el vehículo se desplaza por una pendiente, causando la pérdida de tracción.

C.- Diferencial.

En este tipo de robot el direccionamiento viene dado por la diferencia de velocidades de las ruedas laterales, la tracción se consigue también con estas mismas. Dos ruedas montadas en un único eje son independientemente propulsadas y controladas proporcionando ambas tracción y direccionamiento.

D.- Skid Steer.

En este tipo de robot se disponen varias ruedas en cada lado del vehículo que actúan de forma simultánea. El movimiento es el resultado de combinar las velocidades de las ruedas de la izquierda con las de la derecha.

E.- Síncrona.

Consiste en la actuación simultánea de todas las ruedas, que giran de forma síncrona. La transmisión se consigue mediante coronas de engranajes ("syncro drive") o con correas concéntricas.

F.- Omnidireccional.

Este sistema de tracción de basa en la utilización de tres ruedas directrices y motrices. Esta configuración tiene tres grados de libertad, presentando la ventaja de realizar un movimiento simultáneo e independiente de traslación y rotación.

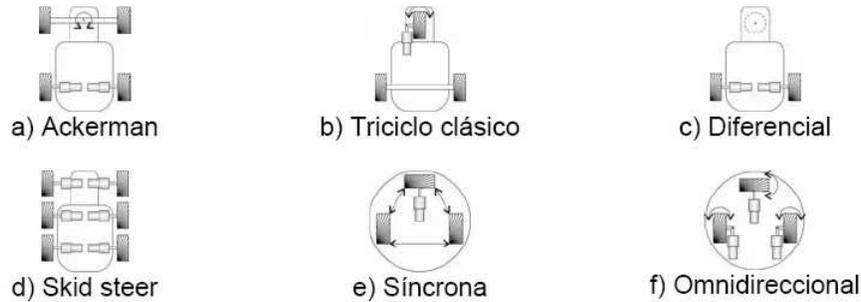


Figura 1.3: Locomoción de los robots móviles [1].

El control de los robots móviles ha recibido una gran atención y es un tema de gran interés en la investigación. Su objetivo radica en mejorar la eficiencia de sus movimientos, lo cual se logra a partir del diseño y sintonización de su sistema de control para realizar una tarea en específico (seguimiento y regulación) [5]. Es así, su importancia práctica en sus aplicaciones, como en el reconocimiento espacial o terrestre [6], en la cosecha de vegetales [7], en el manejo de materiales [8], sillas de ruedas eléctricas [9], en tarea cooperativa [10], tareas de detección y localización de minas [11], entre otros. Donde el incremento de la eficiencia en los movimientos del robot se ha vuelto más significativo en los últimos años.

Los controladores Proporcional-Integral (PI), Proporcional-Derivativo (PD), Proporcional-Integral-Derivativo (PID) han sido ampliamente utilizados en aplicaciones industriales a pesar de las estrategias avanzadas de control [12] debido a que continúan siendo una solución fiable, robusta, práctica y simple para el control de procesos (Figura 1.4). Además, el controlador PID es una de las estrategias de control de bajo nivel más utilizadas y su respuesta depende de la configuración de los parámetros de control.

Asimismo, encontrar los parámetros de control adecuados en el robot móvil es una tarea crucial para aumentar el rendimiento del sistema de control, donde el diseñador debe sintonizar las ganancias del sistema de control con el fin de garantizar un cierto comportamiento en el proceso. Por lo tanto, para realizar una tarea con mayor precisión se requiere de una buena sintonización. De ahí que un número importante de trabajos de investigación se han orientado a mejorar su rendimiento y prestaciones [13].

Se han estado proponiendo y usando diversas metodologías de sintonización a través del tiempo, de las cuales se pueden clasificar en cuatro grupos [14], [15]:

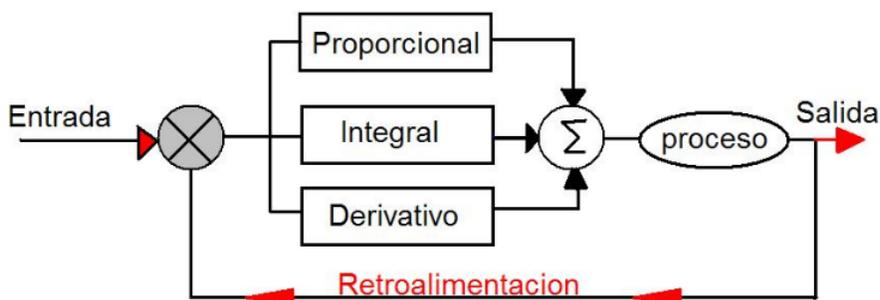


Figura 1.4: PID (Proporcional, Integral, Derivativo)

I.- Método analítico.

Para llevar a cabo la sintonización del controlador se analiza la estabilidad del sistema en lazo cerrado teniendo en cuenta las propiedades del sistema. (Para sistemas no lineales se utiliza funciones de Lyapunov, y para sistemas lineales se utiliza lugar geométrico de las raíces, etc.)

II.- Método heurístico.

La sintonización del controlador se logra por la experiencia práctica en la sintonización manual pero se aplica para sistemas lineales. Por ejemplo, la regla de Ziegler-Nichols.

III.- Método de optimización.

Se formula el problema de sintonización como uno de programación matemática y se utilizan técnicas de optimización numérica (Se resuelve fuera de línea).

IV.- Método de auto-sintonización o adaptable.

Se utilizan estrategias basadas en uno o la combinación de los enfoques anteriormente mencionados en un proceso de tiempo real (Se resuelve en línea).

Trabajos recientes se han estado enfocando en la sintonización de controladores lineales con base en métodos de optimización cuya solución se realiza con algoritmos bio-inspirados [16], [17], [18]. Estos trabajos se desarrollan a través de plantas “benchmark” en donde se muestra la importancia de utilizar este tipo de estrategias de sintonización principalmente cuando se tienen varios compromisos a satisfacer. Algunos de los beneficios de este tipo de sintonización se pueden observar en la estimación del estado de un operador [19], en el seguimiento del sol para paneles solares [20], cargas distintas en el efector final de manipuladores [21], en la dosificación del medicamento en el tratamiento de cáncer [22], en el diseño integrado estructura-control de sistemas mecatrónicos [23], [24], entre otros.

En las últimas décadas se han estado utilizando algoritmos bio-inspirados en donde toma la abstracción de conceptos de la teoría de evolución natural, la supervivencia del más apto en la naturaleza, su organización social de individuos, etc. para la sintonización de controladores con base en métodos de optimización [25], [26], [27], [28]. Se han incorporado

algunas estrategias en los algoritmos bio-inspirados como en [29], donde se actualiza la ecuación de velocidad en la optimización de enjambre de partículas (PSO) y por lo tanto el rendimiento de seguimiento del controlador PID en un péndulo se mejora mediante el uso de las ganancias óptimas obtenidas del controlador. La principal motivación de utilizar este tipo de algoritmos se debe al manejo eficientemente de múltiples compromisos, los cuales en su mayoría de las veces entran en conflicto debido a su naturaleza no lineal. Sin embargo, para obtener buenos resultados con estos algoritmos es necesario conocerlos con detalle, ya que un algoritmo bio-inspirado hay que elegir múltiples componentes y parámetros, de los que va a depender la calidad del resultado y la eficiencia del algoritmo.

Por otra parte, se debe desarrollar una prueba estadística para validar el desempeño de los resultados obtenidos del algoritmo para buscar la solución. Un ejemplo de la eficiencia de los algoritmos se muestra en [30], donde se utiliza un algoritmo genético para automatizar el proceso de sintonización de redes ópticas pasivas reduciendo el tiempo de sintonización. Otras investigaciones que proporcionan información útil en la simulación sobre el proceso de sintonización del sistema PID de control de dos grados de libertad en el trabajo [31]. Se desarrolló un problema de optimización multiobjetivo en el que se utiliza algoritmo genético de clasificación no dominado. Se presenta una evaluación comparativa del desempeño de lazo cerrado para el PID óptimo y un PID difuso óptimo de un sistema de control en red a través de cuatro variantes del algoritmo de optimización mediante cúmulos de partícula (PSO). La robustez en las ganancias de control PID basadas en el algoritmo PSO se obtiene para tres tanques de sistema hidráulico en [32], considerando las restricciones de la función de sensibilidad en el problema de optimización. Los resultados de la simulación confirman que esas ganancias fueron útiles cuando las perturbaciones del sistema no se han considerado en la fase de diseño, como en el caso en que los sistemas lineales sólo se consideran en el proceso de optimización en lugar de los no lineales. Sin embargo, en la aplicación real (pruebas de laboratorio con un prototipo experimental) contemplan varias incertidumbres no lineales, tales como ruido en la señal de entrada/salida, reacción, etc., donde no se incluyen en el problema de optimización debido a que son previamente desconocidas.

En el presente trabajo se propone obtener las ganancias óptimas del sistema de control en un robot móvil omnidireccional (RMO) con base en un problema de optimización fuera de línea, realizando un análisis estadístico comparativo entre las soluciones obtenidas por algoritmos propuestos.

1.1. Planteamiento del problema

En este trabajo se dará solución al problema de la sintonización de las ganancias del controlador del robot móvil omnidireccional, con base en la formulación de un problema de optimización dinámica fuera de línea, en donde el problema a satisfacer es seguir una trayectoria altamente no lineal, y a su vez, disminuir el consumo de energía.

Formalmente el problema de optimización dinámico se establece en las ecuaciones (1.1)-(1.4), donde $\bar{J} \in R$ es la función objetivo a minimizar, p^* es el vector de las variables de diseño, sujeto a la restricción dinámica del robot móvil omnidireccional de la ecuación (1.2), considerando restricciones de igualdad inherentes en el diseño $h_i \in R^p$ y por último,

los límites (mínimo y máximo) en el vector de las variables diseño p .

$$\underset{p^*}{Min} \bar{J} \quad (1.1)$$

Sujeto a:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, p) \quad (1.2)$$

$$h_i(t) = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, p \quad (1.3)$$

$$p_{min} \leq p \leq p_{max} \quad (1.4)$$

Debido a que el problema planteado anteriormente es altamente no lineal, no es posible garantizar el mejor desempeño con un algoritmo en específico [33]. Por esta razón, se propone un análisis estadístico del comportamiento de diversos algoritmos tanto del tipo determinístico como estocásticos.

1.2. Objetivos

Objetivo general

- Obtener las ganancias óptimas del sistema de control en un RMO con base en un problema de optimización fuera de línea.

Objetivos particulares

- Plantear y resolver el problema de sintonización óptima de las ganancias del sistema de control del RMO.
- Verificar mediante simulación numérica los resultados obtenidos.
- ★ Implementación de diversas técnicas meta-heurísticas para dar solución al problema de optimización.
- ★ Verificar mediante pruebas experimentales los resultados obtenidos.
- ★ Análisis estadístico no paramétrico de las mejores soluciones.

(Nota: Los objetivos con el símbolo ★ se anexaron con el objetivo de fortalecer el trabajo propuesto de tesis.)

1.3. Contribución

Las principales contribuciones de este trabajo son las siguientes:

- Desarrollo de una propuesta para la sintonización del controlador de un robot móvil omnidireccional, a través de un problema de optimización dinámica no lineal.

- Estudio estadístico comparativo de diversas técnicas de optimización, con el objetivo de analizar el desempeño en la búsqueda de la solución de las ganancias óptimas de robot móvil omnidireccional.
- Validación experimental (pruebas de laboratorio) de la propuesta, con los resultados obtenidos de este trabajo.

1.4. Organización del documento

El presente documento está organizado de la siguiente manera. El capítulo 2 se plantea el desarrollo del modelo cinemático y dinámico que rige el comportamiento del RMO y el planteamiento de la estrategia de control a utilizar. El capítulo 3 se formula un problema de optimización dinámico para la sintonización del controlador PD. Asimismo, se describe y visualiza la trayectoria a ejecutar para el RMO como tarea a satisfacer. En el capítulo 4 se presentan las técnicas de optimización utilizadas para resolver el problema planteado en el capítulo 3. Además, se describe el funcionamiento de cada algoritmo implementado. El capítulo 5 presenta los siguientes puntos: Análisis estadístico no paramétrico del desempeño de los algoritmos, comportamiento de la convergencia de los algoritmos, análisis de los resultados óptimos, comprobando dichos resultados en su etapa de simulación y experimental. Finalmente, en el capítulo 6 se mencionan las conclusiones de este trabajo de investigación y propuestas de trabajo a futuro.

Modelo cinemático y dinámico del RMO

El desarrollo y explicación del modelo cinemático y dinámico del RMO fue obtenido a partir de [34].

2.1. Modelo cinemático

La cinemática es el estudio del movimiento del robot en función de su geometría sin considerar las fuerzas que lo ocasionan. Su análisis se basa en las variables de posición junto con sus derivadas (velocidad, aceleración, etc.).

Desde el punto de vista de la cinemática, la principal diferencia entre un robot manipulador y un robot móvil estriba en la naturaleza y disposición de sus articulaciones. En el robot manipulador, se suele modelar en forma de cadena cinemática abierta, compuesta de una alternancia de sólidos rígidos con articulaciones de un solo grado de libertad (prismático o de revolución). Por el contrario, la estructura cinemática de un robot móvil, se puede considerar como un conjunto de cadenas cinemáticas cerradas, cuyo número esta dado por la cantidad de ruedas que estén en contacto con el suelo.

Para construir el modelo cinemático del RMO se consideran las siguientes hipótesis:

- 1.- El robot se mueve sobre una superficie plana.
- 2.- Los ejes de guiado son perpendiculares al suelo.
- 3.- El deslizamiento es despreciable.
- 4.- No existen elementos flexibles en la estructura del robot(incluidas las ruedas).
- 5.- No se considera ningún tipo de fricciones en elementos móviles de robot, o contra el suelo.

En la Figura 2.1 se observa el diagrama esquemático del RMO, donde r es el radio de la rueda, $\theta_i \forall i = 1, 2, 3$ es la posición angular de la rueda, m es la masa del RMO, I_z es el momento de inercia del RMO, L es la distancia del centro de masa al centro de la llanta.

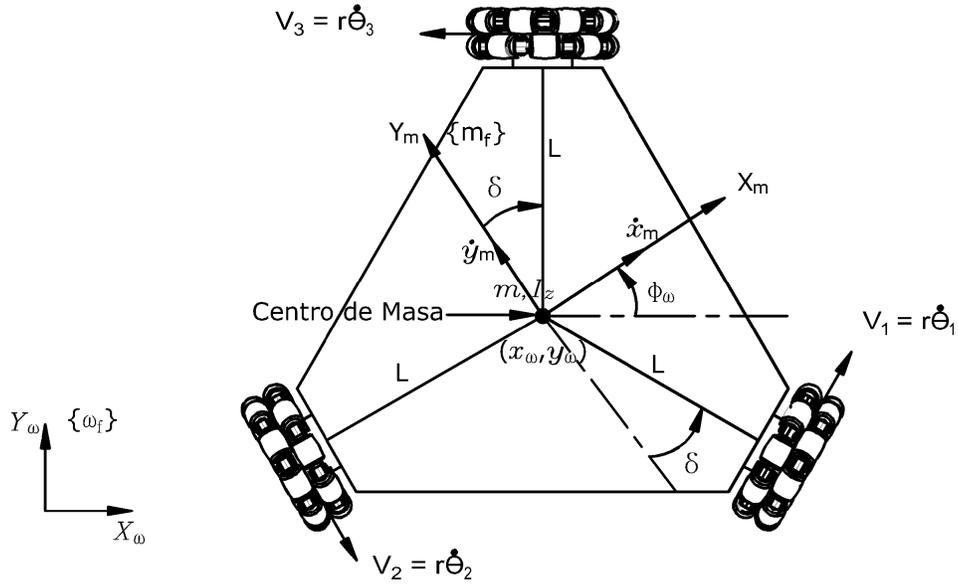


Figura 2.1: Diagrama esquemático del RMO.

Se asume que el sistema de coordenada absoluto $X_w - Y_w$ cuyo origen es O_w , está fijo en el plano, el sistema de coordenada de movimiento $X_m - Y_m$ cuyo origen es O_m está fijo al centro de gravedad del RMO y la coordenada en el eje Z de ambos orígenes son paralelos. La distancia entre el centro de gravedad a las ruedas se representa como L y δ es el ángulo entre el eje X_m con respecto a la perpendicular común de la rueda. Considere ϕ_w el ángulo entre el sistema de coordenada de movimiento y el sistema de coordenada absoluto por lo que el mapeo de las velocidades relativas del móvil $(\dot{x}_m, \dot{y}_m, \dot{\phi}_m)$ a las velocidades absolutas en el sistema coordenado $X_w - Y_w$, está dado por:

$$\begin{aligned}\dot{x}_w &= \dot{x}_m \cos(\phi_w) - \dot{y}_m \sin(\phi_w) \\ \dot{y}_w &= \dot{x}_m \sin(\phi_w) + \dot{y}_m \cos(\phi_w) \\ \dot{\phi}_w &= \dot{\phi}_m\end{aligned}\tag{2.1}$$

Considerando $\dot{\eta}_m = [\dot{x}_m, \dot{y}_m, \dot{\phi}_m]^T$ como el vector de velocidad lineal y angular del móvil con respecto al sistema de coordenada de movimiento $X_m - Y_m$ y $\dot{\eta}_w = [\dot{x}_w, \dot{y}_w, \dot{\phi}_w]^T$ como el vector de velocidad lineal y angular del móvil con respecto al sistema de coordenada absoluto (inercial) $X_w - Y_w$, la ecuación (2.1) se puede representar como:

$$\dot{\eta}_w = {}^w_m R \dot{\eta}_m\tag{2.2}$$

Donde ${}^w_m R$ es la matriz de rotación.

$${}^w_m R = \begin{bmatrix} \cos(\phi_w) & -\sin(\phi_w) & 0 \\ \sin(\phi_w) & \cos(\phi_w) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

2.1.1. Análisis cinemático del RMO

Para obtener el modelo cinemático del RMO, se debe conocer la ecuación de movimiento de dos puntos en un cuerpo rígido (ver Figura 2.2) que está dado por:

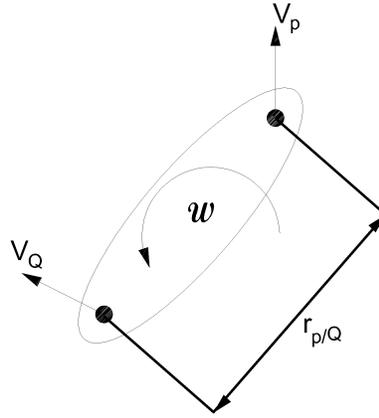


Figura 2.2: Representación esquemática del movimiento de dos puntos en un cuerpo rígido.

$$V_p = V_Q + w \times r_{p/Q}$$

Donde V_p , V_Q es la velocidad en el punto p y Q respectivamente, w es la velocidad angular del cuerpo rígido y $r_{p/Q}$ es la distancia de p a Q .

Utilizando la ecuación de movimiento de dos puntos en un cuerpo rígido, se puede obtener la relación entre las velocidades lineales de las ruedas V_i con la velocidad lineal \dot{x}_m , \dot{y}_m y angular $\dot{\phi}_m$ del móvil. Considerando $\delta = \frac{\pi}{6} \text{rad} = 30^\circ$, $\sin(\delta) = \frac{1}{2}$, $\cos(\delta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, resultando (ver Figura 2.3):

$$\begin{aligned} V_1 &= \dot{x}_m \cos(\delta) + \dot{y}_m \sin(\delta) + L\dot{\phi}_m \\ V_2 &= -\dot{y}_m + L\dot{\phi}_m \\ V_3 &= -\dot{x}_m \cos(\delta) + \dot{y}_m \sin(\delta) + L\dot{\phi}_m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{\sqrt{3}}{2}\dot{x}_m + \frac{1}{2}\dot{y}_m + L\dot{\phi}_m \\ V_2 &= -\dot{y}_m + L\dot{\phi}_m \\ V_3 &= -\frac{\sqrt{3}}{2}\dot{x}_m + \frac{1}{2}\dot{y}_m + L\dot{\phi}_m \end{aligned} \quad (2.4)$$

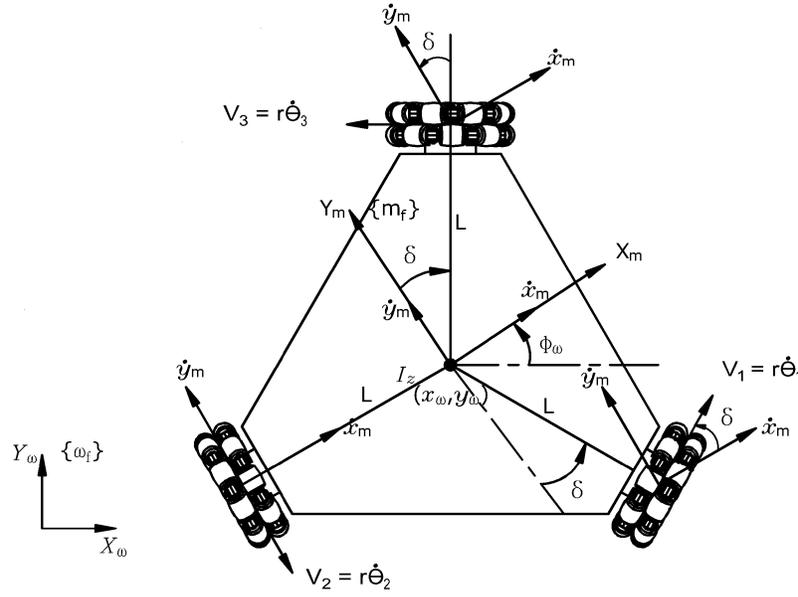


Figura 2.3: Representación esquemática de las velocidades del RMO.

Debido a que la i - ésima velocidad lineal de la rueda está dado por:

$$V_i = r\dot{\theta}_i$$

La ecuación (2.4) resulta de la forma

$$\bar{R}\dot{\theta} = \bar{A}^T\dot{\eta}_m \quad (2.5)$$

Donde $\dot{\theta} = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3]^T$ es el vector de velocidad angular de la rueda, $\dot{\eta}_m = [\dot{x}_m, \dot{y}_m, \dot{\phi}_m]^T$ es el vector de velocidad lineal, $\bar{R} = \text{diag}(r, r, r)$ una matriz diagonal que contiene los radios de las tres ruedas y angular del móvil y la matriz.

$$\bar{A}^T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & L \\ 0 & -1 & L \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & L \end{bmatrix}$$

Si se desea expresar la ecuación (2.5) con respecto a las velocidades en el sistema de coordenadas inercial (transformación del modelo cinemático en la ecuación (2.5) en las coordenadas fijas), se debe considerar $\dot{\eta}_m = {}^w_m R \dot{\eta}_w$ (obtenida de la ecuación (2.2)) por lo que resulta:

$$\bar{R}\dot{\theta} = \bar{A}^T {}^w_m R \dot{\eta}_w \quad (2.6)$$

2.1.2. Análisis de fuerzas y momentos

Para realizar el análisis de las fuerzas y momentos, así como la velocidad resultante en el centro del RMO, se considera el esquema mostrando en la Figura 2.4.

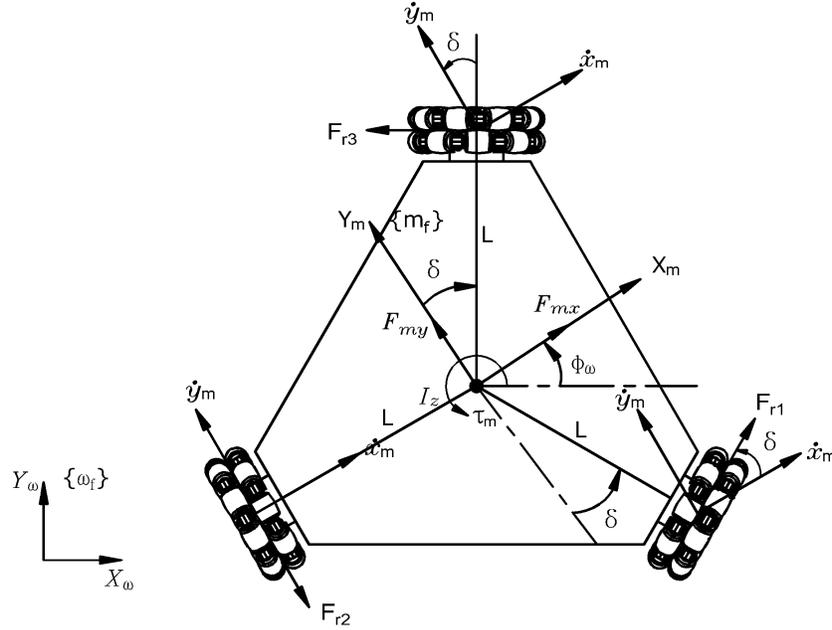


Figura 2.4: Representación esquemática de las fuerzas del RMO.

Realizando un análisis de fuerzas y momentos se tiene:

$$\sum F_x = F_{mx}$$

$$F_{r1} \cos(\delta) - F_{r3} \cos(\delta) = F_{mx} \quad (2.7)$$

$$\sum F_y = F_{my}$$

$$F_{r1} \sin(\delta) - F_{r2} + F_{r3} \sin(\delta) = F_{my} \quad (2.8)$$

$$\sum M_{CM} = \tau_m$$

$$F_{r1}L + F_{r2}L + F_{r3}L = \tau_m \quad (2.9)$$

Considerando $\delta = \frac{\pi}{6} \text{rad} = 30^\circ$, $\sin(\delta) = \frac{1}{2}$, $\cos(\delta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, las ecuaciones (2.7)-(2.9) se pueden expresar de la forma:

$$F_m = \bar{A}F_r \quad (2.10)$$

Donde $F_m = [F_{mx}, F_{my}, \tau_m]^T$, $F_r = [F_{r1}, F_{r2}, F_{r3}]^T$ y

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ L & L & L \end{bmatrix}$$

2.1.3. Matriz Jacobiano

La matriz Jacobiana relaciona las fuerzas ejercidas por las ruedas del RMO, i.e., $\tau = J^T F_w$.

Para el caso particular, la matriz Jacobiana se obtiene de la ecuación (2.11):

$$\begin{aligned} F_r &= ({}^w_m R \bar{A})^{-1} F_w \\ F_r &= \hat{J}^T F_w \end{aligned} \quad (2.11)$$

Donde

$$\hat{J}^T = ({}^w_m R \bar{A})^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{3} \cos \phi_w - \frac{1}{3} \sin \phi_w & \frac{1}{3} \cos \phi_w + \frac{\sqrt{3}}{3} \sin \phi_w & \frac{1}{3L} \\ \frac{2}{3} \sin \phi_w & -\frac{2}{3} \cos \phi_w & \frac{1}{3L} \\ -\frac{1}{3} \sin \phi_w - \frac{\sqrt{3}}{3} \cos \phi_w & \frac{1}{3} \cos \phi_w - \frac{\sqrt{3}}{3} \sin \phi_w & \frac{1}{3L} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Así, considerando que $\tau_i = \bar{R}F_{ri}$, la ecuación (11) resulta:

$$\tau = J^T \bar{R} F_w \quad (2.13)$$

Donde τ_i es el par ejercido por la rueda, $\bar{R} = \text{diag}(r, r, r)$ una matriz diagonal que contiene los radios de las tres ruedas.

2.2. Modelo dinámico del RMO

2.2.1. Dinámica de la plataforma móvil

El modelo dinámico de cualquier sistema, es la representación matemática que expresa la relación entre el movimiento y las fuerzas que lo generan. Esta representación se conoce como ecuación de movimiento y es parte fundamental durante el diseño, simulación, animación e incluso en el desarrollo de estrategias de control de cualquier robot.

Para realizar el modelo dinámico de la plataforma móvil se considera la formulación Euler-Lagrange, que involucra la energía potencial y cinética de todos los componentes del sistema. Considere que el sistema de coordenada O_m se encuentra en el centro de gravedad del móvil. El sistema de coordenada $O_{m'}$ está alineado al sistema de coordenada O_m y tiene las coordenadas s_1 y s_2 con respecto al sistema de coordenada O_m como se observa en la Figura 2.5.

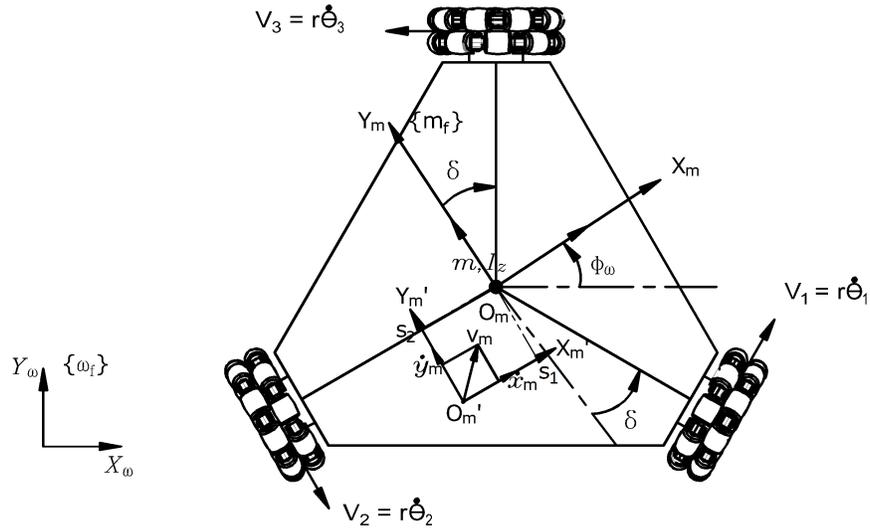


Figura 2.5: Diagrama esquemático del RMO.

La velocidad del centro de masa con respecto a O_m es:

$$V_{C.M.} = V_m + W_m \times \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$V_{C.M.} = \begin{bmatrix} \dot{x}_m - \dot{\phi}_m s_2 & \dot{y}_m + \dot{\phi}_m s_1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

Donde $W_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\phi}_m \end{bmatrix}^T$, $V_m = \begin{bmatrix} \dot{x}_m & \dot{y}_m & 0 \end{bmatrix}^T$.

Se considera el movimiento del móvil no es afectado por efectos de la gravedad, por lo que la energía potencial del sistema es cero. La energía cinética está dada por la energía debida a su rotación y traslación del RMO.

El Lagrangeano para el RMO está dado por:

$$\begin{aligned}
L &= \frac{1}{2}mV_{C.M.}^T V_{C.M.} + \frac{1}{2}\dot{\phi}_m^2 I_z \\
&= \frac{1}{2}m \left(\dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2 - 2\dot{x}_m \dot{\phi}_m s_2 + 2\dot{y}_m \dot{\phi}_m s_1 + \dot{\phi}_m^2 s_2^2 + \dot{\phi}_m^2 s_1^2 \right) + \frac{1}{2}\dot{\phi}_m^2 I_z
\end{aligned}$$

Considerando las coordenadas generalizadas $\dot{\eta}_m = [\dot{x}_m, \dot{y}_m, \dot{\phi}_m]^T$ y F_m las fuerzas generalizadas, las ecuaciones de movimiento de Lagrange resulta.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{\eta}_m} \right) - \frac{\delta L}{\delta \eta_m} = F_m \quad (2.14)$$

donde

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \eta_m} &= 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}_m} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_m} \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_m} \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\dot{x}_m - S_2\dot{\phi}_m m \\ m\dot{y}_m + mS_1\dot{\phi}_m \\ mS_2^2\dot{\phi}_m + mS_1^2\dot{\phi}_m - m\dot{x}_m S_2 + m\dot{y}_m S_1 + I_z\dot{\phi}_m \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}_m} \right) &= \left[\frac{\partial}{\partial \dot{x}_m} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}_m} \right) \ddot{x}_m + \frac{\partial}{\partial \dot{y}_m} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}_m} \right) \ddot{y}_m + \frac{\partial}{\partial \dot{\phi}_m} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}_m} \right) \ddot{\phi}_m + \frac{\partial}{\partial \dot{S}_1} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_m} \right) \dot{S}_1 + \frac{\partial}{\partial \dot{S}_2} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_m} \right) \dot{S}_2 \right] \\
&= \begin{bmatrix} m\ddot{x}_m - mS_2\ddot{\phi}_m - m\dot{\phi}_m\dot{S}_2 \\ m\ddot{y}_m + mS_1\ddot{\phi}_m + m\dot{\phi}_m\dot{S}_1 \\ -mS_2\ddot{x}_m + mS_1\ddot{y}_m + mS_2^2\ddot{\phi}_m + mS_1^2\ddot{\phi}_m + I_z\ddot{\phi}_m + \dots \\ 2mS_1\dot{\phi}_m\dot{S}_1 + m\dot{y}_m\dot{S}_1 + 2mS_2\dot{\phi}_m\dot{S}_2 - m\dot{x}_m\dot{S}_2 \end{bmatrix} \quad (2.15)
\end{aligned}$$

Obteniendo las ecuaciones de movimiento de Lagrange de la ecuación (2.14), considerando $F_m = \bar{A}F$ de la ecuación (2.10) y posteriormente estableciendo $s_1 = s_2 = 0$ y $\dot{s}_1 = \dot{x}_m$, $\dot{s}_2 = \dot{y}_m$ se puede obtener el modelo dinámico de la ecuación (2.16).

$$\tilde{M}\ddot{\eta}_m + \tilde{H}\dot{\eta}_m = \bar{A}F_r \quad (2.16)$$

Donde:

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}$$

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\phi}m & 0 \\ \dot{\phi}m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.2.2. Dinámica de la rueda

La rueda omnidireccional se define como una rueda estándar a la cual se le ha dotado de una corona de rodillos, cuyos ejes de giro resultan perpendiculares a la dirección normal de avance. En la Figura 2.6, se muestra la representación esquemática de una rueda.

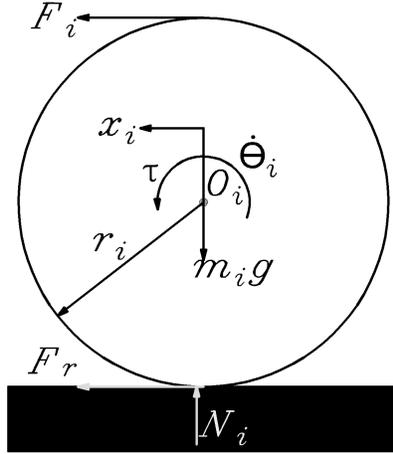


Figura 2.6: Representación de una rueda.

Al aplicar la segunda ley de Newton para el movimiento rotacional en la Figura 2.6, se tiene:

$$\begin{aligned} \sum M_{O_i} &= J\ddot{\theta}_i \\ rF_i - rF_{r_i} &= J\ddot{\theta}_i \end{aligned}$$

$$\tau_i - rF_{r_i} = J\ddot{\theta}_i \quad (2.17)$$

Donde τ_i es el par ejercido por el motor de la i -ésima rueda.

Para el caso general de las tres llantas se tiene:

$$\tau - \bar{R}F_r = \bar{J}\ddot{\theta} \quad (2.18)$$

Donde: $\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T$, $F_r = [F_{r1}, F_{r2}, F_{r3}]^T$, $\bar{R} = \text{diag}(r, r, r)$, $\ddot{\theta} = [\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3]^T$, $\bar{J} = \text{diag}(J, J, J)$

Otra forma de expresar la ecuación (2.18) es:

$$\tau - \bar{R}F_r = \bar{J}\ddot{\theta} \quad (2.19)$$

2.2.3. Acoplamiento plataforma móvil-rueda

Se ha descrito el modelo dinámico del RMO sin considerar las causas que generan su desplazamiento, así mismo, se ha desarrollado el análisis de los pares y fuerzas que generan el desplazamiento del RMO y el modelo dinámico de la rueda sin considerar deslizamiento. A continuación los modelos deben ser integrados en uno solo, para describir el comportamiento total del RMO.

Considere la dinámica de la plataforma móvil de la ecuación (2.16) dada por:

$$\tilde{M}\ddot{\eta}_m + \tilde{H}\dot{\eta}_m = \bar{A}F_r \quad (2.20)$$

Y la dinámica de la rueda de la ecuación (2.18) expresada en las coordenadas $\ddot{\eta}_m$ (considerar la ecuación (2.5))

$$\tau - \bar{R}F_r = \bar{J}\bar{R}^{-1}\bar{A}^T\dot{\eta}_m \quad (2.21)$$

El modelo dinámico completo del RMO se obtiene sustituyendo F_r de la ecuación (2.21) e incluyéndolo en la ecuación (2.20), de tal forma que resulta:

$$\tilde{M}\ddot{\eta}_m + \tilde{H}\dot{\eta}_m = \bar{A}(\bar{R}^{-1}\tau - \bar{R}^{-1}\bar{J}\bar{R}^{-1}\bar{A}^T\dot{\eta}_m) \quad (2.22)$$

Agrupando términos en la ecuación (2.22)

$$\tilde{M}\ddot{\eta}_m + \tilde{H}\dot{\eta}_m = \bar{B}\tau \quad (2.23)$$

Donde $\bar{M} = \tilde{M} + \bar{A}\bar{R}^{-1}\bar{J}\bar{R}^{-1}\bar{A}^T$, $\bar{B} = \bar{A}\bar{R}^{-1}$

$$M = \begin{bmatrix} m + \frac{3J}{2r^2} & 0 & 0 \\ 0 & m + \frac{3J}{2r^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3JL^2}{r^2} + I_z \end{bmatrix}$$

Representando el modelo de la ecuación (2.23) en las coordenadas fijas η_w , por lo que se debe considerar la ecuación (2.2), i.e., $\dot{\eta}_m = {}^w_m R^T \dot{\eta}_w$ y $\ddot{\eta}_m = {}^w_m R^T \ddot{\eta}_w + {}^w_m \dot{R}^T \dot{\eta}_w$

$$\tilde{M}\ddot{\eta}_w + \check{C}\dot{\eta}_w = \bar{B}\tau \quad (2.24)$$

Donde $\check{M} = \bar{M} {}^w_m R^T$, $\check{C} = \bar{M} {}^w_m \dot{R}^T + \tilde{H} {}^w_m R^T$, $\bar{B} = \bar{A}\bar{R}^{-1}$

Explícitamente las matrices en el modelo de la ecuación (2.24) resulta:

$$\check{M} = \begin{bmatrix} \frac{2mr^2+3J}{2r^2} \cos \phi_w & \frac{2mr^2+3J}{2r^2} \sin \phi_w & 0 \\ -\frac{2mr^2+3J}{2r^2} \sin \phi_w & \frac{2mr^2+3J}{2r^2} \cos \phi_w & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3JL^2}{r^2} + I_z \end{bmatrix}$$

$$\check{C} = \begin{bmatrix} -\frac{3J}{2r^2} \dot{\phi}_w \sin \phi_w & \frac{3J}{2r^2} \dot{\phi}_w \cos \phi_w & 0 \\ -\frac{3J}{2r^2} \dot{\phi}_w \cos \phi_w & -\frac{3J}{2r^2} \dot{\phi}_w \sin \phi_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\check{B} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2r} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2r} \\ \frac{1}{2r} & -\frac{1}{r} & \frac{1}{2r} \\ \frac{L}{r} & \frac{L}{r} & \frac{L}{r} \end{bmatrix}$$

2.2.4. Representación en espacio de estados

Sea $x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T = [x_w, y_w, \phi_w, \dot{x}_w, \dot{y}_w, \dot{\phi}_w]^T$ el vector de estado correspondiente a la posición y velocidad lineal y angular del RMO en el sistema de coordenadas inercial y $u = [u_1, u_2, u_3]^T = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T$ el vector de par de entrada en las ruedas, el modelo dinámico de la ecuación (2.24) representado en el espacio de estados está dado por:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2.25)$$

$$y = Cx \quad (2.26)$$

Donde:

$$f(x) = [x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad -\alpha_1 x_6 x_5 \quad -\alpha_1 x_4 x_6 \quad 0]^T$$

$$g(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_2 \beta_2 & 2\alpha_2 \sin x_3 & -\alpha_2 \beta_1 \\ \alpha_2 \beta_4 & -2\alpha_2 \cos x_3 & \alpha_2 \beta_3 \\ \alpha_3 & \alpha_3 & \alpha_3 \end{pmatrix}$$

$$C = I \in R^{6 \times 6}$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{3J}{2mr^2+3J} & ; \beta_1 &= \sqrt{3} \cos x_3 + \sin x_3 \\ \alpha_2 &= \frac{r}{2mr^2+3J} & ; \beta_2 &= \sin x_3 - \sqrt{3} \cos x_3 \\ \alpha_3 &= \frac{Lr}{3JL^2+I_z r^2} & ; \beta_3 &= \cos x_3 - \sqrt{3} \sin x_3 \\ & & ; \beta_4 &= \cos x_3 + \sqrt{3} \sin x_3 \end{aligned}$$

2.3. Sistema de control

2.3.1. Control PD en espacio de operación

Sea el sistema descrito por $\dot{x} = f(x) + g(x)u$, se propone el siguiente controlador:

$$u = J^T \bar{v}$$

Con

$$\bar{v} = k_p e + k_d \dot{e}$$

Donde $e = [\bar{x}_d - x_1, \bar{y}_d - x_2, \bar{\phi}_d - x_3]^T$ es el error de posición lineal y angular del móvil entre la trayectoria deseada $\bar{x}_d, \bar{y}_d, \bar{\phi}_d$ y los estados reales del sistema, $\dot{e} = [\dot{\bar{x}}_d - \dot{x}_4, \dot{\bar{y}}_d - \dot{x}_5, \dot{\bar{\phi}}_d - \dot{x}_6]^T$ es la velocidad del error y $k_p = \text{diag}(k_{p1}, k_{p2}, k_{p3}) \in R^{3 \times 3}$, $k_d = \text{diag}(k_{d1}, k_{d2}, k_{d3}) \in R^{3 \times 3}$ son matrices definidas positivas que contienen las ganancias proporcional y derivativa del controlador.

La matriz Jacobiana J se obtiene de la ecuación (2.12), la cual se expresa a continuación:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\bar{\beta}_1}{3} & \frac{2}{3} \sin \phi & -\frac{\bar{\beta}_2}{3} \\ \frac{\bar{\beta}_3}{3} & -\frac{2}{3} \cos \phi & \frac{\bar{\beta}_4}{3} \\ \frac{1}{3L} & \frac{1}{3L} & \frac{1}{3L} \end{bmatrix}$$

Donde: $\bar{\beta}_1 = \sqrt{3} \cos x_3 - \sin x_3$, $\bar{\beta}_2 = \sin x_3 + \sqrt{3} \cos x_3$, $\bar{\beta}_3 = \cos x_3 + \sqrt{3} \sin x_3$, $\bar{\beta}_4 = \cos x_3 - \sqrt{3} \sin x_3$

Sintonización del controlador con base en un problema de optimización dinámica

Introducción

La optimización enfocada en aplicaciones de la ingeniería, es el proceso de encontrar la mejor solución posible para un determinado problema bajo ciertas circunstancias. Muchos problemas de optimización para sistemas mecatrónicos óptimos consisten en la búsqueda de la mejor configuración dentro de un conjunto de variables de diseño para lograr obtener ciertos objetivos propuestos, en pocas palabras, tiene como objetivo comparar e identificar la mejor solución. De tal forma, al plantear dichos problemas de optimización en sistemas mecatrónicos óptimos se deben cumplir tres etapas [35]:

- Formulación del problema de optimización.
- Selección y análisis de la técnica de optimización que da solución al problema.
- Análisis de la solución óptima desde el punto de vista ingenieril.

Algunos ejemplos de problemas de optimización planteados en la literatura son: diseño paramétrico de mecanismos [36], optimización de sistemas mecatrónicos, diseño de manipuladores, sintonización de los controladores lineales [15], etc. De tal forma, para los ejemplos antes mencionados no existe ninguna técnica de optimización que pueda resolver eficientemente todo tipo de problemas [33] de ahí el desarrollo de diversos métodos a lo largo de los años.

Al obtener las mejores soluciones posibles dentro de un problema de optimización se puede conseguir una gran diversidad de valores óptimos, ya sean máximos y mínimos locales o globales. En la Figura 3.1 se puede observar un ejemplo gráfico del comportamiento de una función $f(x)$ no lineal sobre un conjunto de soluciones factibles. En la mayoría de los problemas de optimización se pretende obtener ya sea un máximo o mínimo global (x_1 ó x_4 , respectivamente), con el fin de obtener la mejor solución posible al problema.

En esta sección se plantea un problema de optimización para la sintonización de un controlador PD, donde se tiene como objetivo la búsqueda de los valores óptimos de las

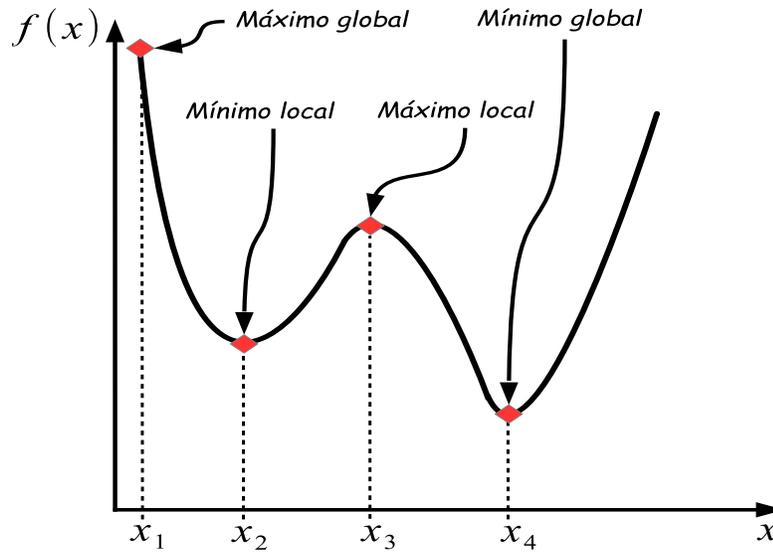


Figura 3.1: Máximos y mínimos dentro de una función multimodal.

ganancias k_p y k_d , de tal forma que genere una respuesta del sistema conforme a los requerimientos del control. La sintonización óptima del controlador se vuelve una tarea altamente demandante por la industria, debido a que las ligeras variaciones de los valores de los parámetros del controlador pueden llegar a la inestabilidad del sistema controlado al no existir una relación entre ellas [37].

3.1. Formulación del problema de optimización.

Para la sintonización óptima del controlador se plantea un problema de optimización dinámica (POD) fuera de línea con el propósito de encontrar los parámetros del control PD en el espacio de operación de un RMO considerando una trayectoria predefinida, garantizando el mínimo error de posición, orientación y consumo de energía. Formalmente el POD se establece por la ecuación (3.1), donde $\bar{J} \in R$ es la función objetivo a minimizar, p^* el vector de las variables de diseño, sujeto a la restricción dinámica de la ecuación (3.2) dada por la ecuación diferencial que describe el comportamiento dinámico del RMO, la restricción de igualdad dinámica de la ecuación (3.3) que describe la trayectoria deseada a seguir del RMO y por último, los límites (mínimo y máximo) en el vector de las variables diseño descrito en la ecuación (3.4).

$$\underset{p^* \in R^6}{\text{Min}} \bar{J} \quad (3.1)$$

Sujeto a:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, p) \quad (3.2)$$

$$h(t) = 0 \quad (3.3)$$

$$p_{min} \leq p \leq p_{max} \quad (3.4)$$

3.1.1. Variables de diseño

El problema de optimización consiste en encontrar la mejor solución para las variables de diseño del vector p^* . Por tal motivo, el vector resultante con los parámetros del control PD del RMO se establece en la ecuación (3.5).

$$p = [k_{p1}, k_{p2}, k_{p3}, k_{d1}, k_{d2}, k_{d3}]^T \quad (3.5)$$

3.1.2. Función objetivo

La función objetivo expresada por la ecuación (3.6), considera los errores de posición (e_1, e_2) y orientación (e_3) en el espacio de coordenadas Cartesianas, esto con el propósito de minimizar el error entre la trayectoria propuesta y la trayectoria generada por el RMO. Sin embargo, es importante notar que dicha ecuación utiliza en el término del error de orientación una conversión, del espacio angular al espacio lineal, denotado en la ecuación por el término L^2 . Donde L es la distancia del centro del robot móvil a la llanta.

$$\bar{J}_1 = \left(\int_0^{tf} e_1^2 + \int_0^{tf} e_2^2 + L^2 \int_0^{tf} e_3^2 \right) dt \quad (3.6)$$

Por otra parte, la función objetivo expresada por la ecuación (3.7), tiene como propósito minimizar el consumo de energía, con el objetivo de llevar a cabo pruebas experimentales con mayor eficiencia energética. Por lo tanto, al formular dicha función objetivo involucrando el consumo de energía, se considera que la señal de control (u_c) sea igual al par mecánico del RMO (τ_m), dado por la ecuación (3.8). Esto se deduce a partir de las ecuaciones dinámicas del RMO, debido que en dichas ecuaciones se involucra la energía cinética, la cual es proporcional a la señal de control requerido para estabilizar el sistema en la ejecución de una tarea (seguimiento o regulación) [38].

$$\bar{J}_2 = \left(\int_0^{tf} u_1^2 + \int_0^{tf} u_2^2 + \int_0^{tf} u_3^2 \right) dt \quad (3.7)$$

Para poder relacionar las señales de control y de par mecánico del RMO se transforma la expresión (3.8) en términos de potencia (3.9). Donde la potencia consumida por la señal de control está dada por $P_c = VI$ y la potencia del par de entrada en las ruedas por $P_m = \dot{\phi}\tau_m$.

$$u_c = \tau_m \quad (3.8)$$

$$P_c = P_m \quad (3.9)$$

Finalmente, para resolver el POD con los dos objetivos propuestos se implementa el criterio de sumas ponderadas, lo cual escalariza el conjunto de objetivos en un único objetivo mediante la pre-multiplicación de cada uno con un peso suministrado por el diseñador para asignar prioridad en la minimización del objetivo de mayor interés [39]. Donde al realizar una serie de pruebas de simulación para encontrar el mejor compromiso posible en la asignación de los parámetros (μ_1 y μ_2) del criterio de sumas ponderadas [40], se llegó a la conclusión que entre más ponderación se asigne a la función objetivo del error, mejores serán los resultados proporcionados por el algoritmo, satisfaciendo la siguiente condición: $\mu_1 + \mu_2 = 1$. Por tal

motivo, se utilizó la siguiente propuesta para dichos valores de la ecuación (3.10): donde $\mu_1 = 0.95$ y $\mu_2 = 0.05$.

$$\bar{J} = \mu_1 \bar{J}_1 + \mu_2 \bar{J}_2 \quad (3.10)$$

3.1.3. Restricciones de diseño

Para formular el POD, es necesario contemplar el modelo dinámico en el espacio de estados del RMO presentado en el capítulo 2 por la ecuación (2.25), como una restricción de igualdad en el problema de optimización.

Por otro lado, la función del epicicloide se establece como la trayectoria a seguir altamente no lineal incluido en el problema de optimización como una restricción de igualdad. Su parametrización se observa en la ecuación (3.11), donde $f = \frac{1}{60}$ y $f_{phi} = \frac{1}{120}$.

$$\begin{aligned} \bar{x}_d &= 0.8181 \cos(2\pi ft) + 0.1818 \cos(9\pi ft) \\ \bar{y}_d &= 0.8181 \sin(2\pi ft) - 0.1818 \sin(9\pi ft) \\ \bar{\phi}_d &= 0.4363 \cos(2\pi f_{phi}t) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Se utiliza el polinomio de Bézier de 5^{to} orden con el propósito de generar una trayectoria suave del punto de inicio del RMO al punto inicial de la trayectoria parametrizada de la función epicicloide. La ecuación que describe el polinomio de Bézier está dada por (3.12) tal que $\Delta_i = \frac{t_i - t_1}{t_2 - t_1}$ donde: t_i es el tiempo, $t_1 = 0$ segundos es el tiempo inicial de la trayectoria Bézier y $t_2 = 10$ segundos es su respectivo tiempo final. Este comportamiento se observa en la Figura 3.2a y Figura3.2b.

$$\varphi_i = \Delta_i^5 (126 - 420\Delta_i + 540\Delta_i^2 - 315\Delta_i^3 + 70\Delta_i^4) \quad (3.12)$$

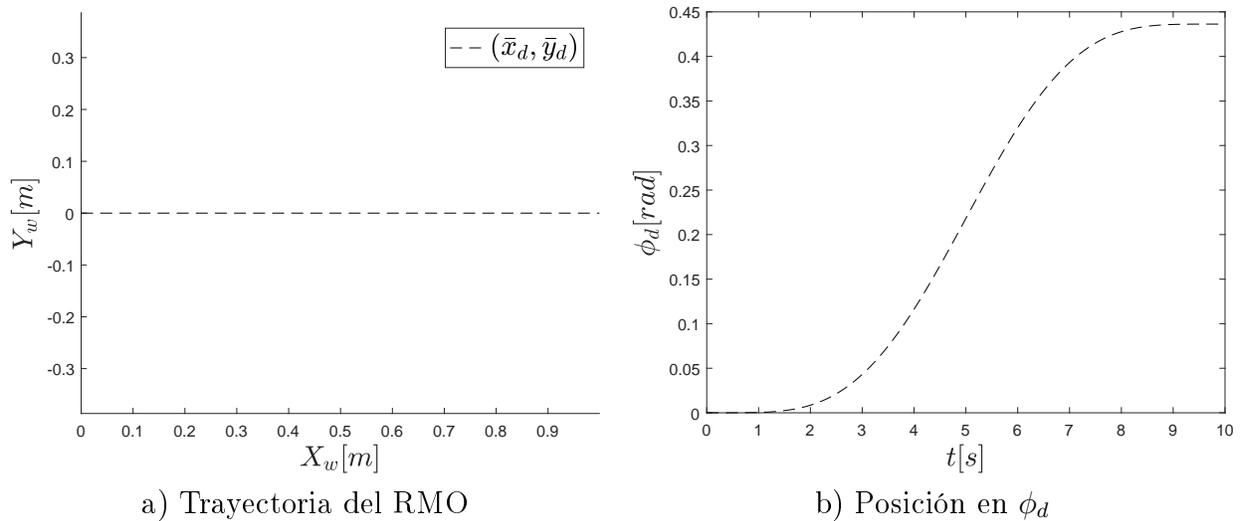
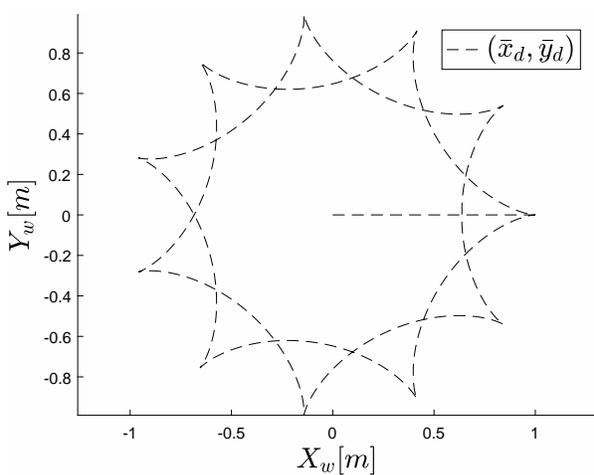


Figura 3.2: Gráficas de Bézier

Por último, en la Figura 3.3a, se observa la trayectoria final a seguir del RMO, en la Figura 3.3b, Figura 3.3c y Figura 3.3d se observa el comportamiento de la función parametrizada a lo largo del tiempo para los componentes \bar{x}_d , \bar{y}_d y $\bar{\phi}_d$, respectivamente.



a) Trayectoria del RMO

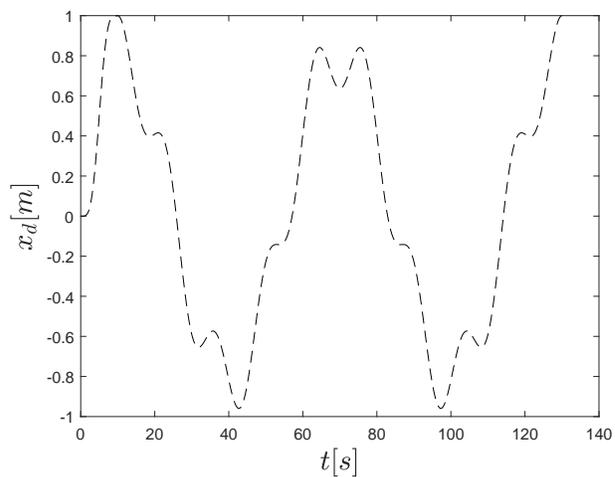
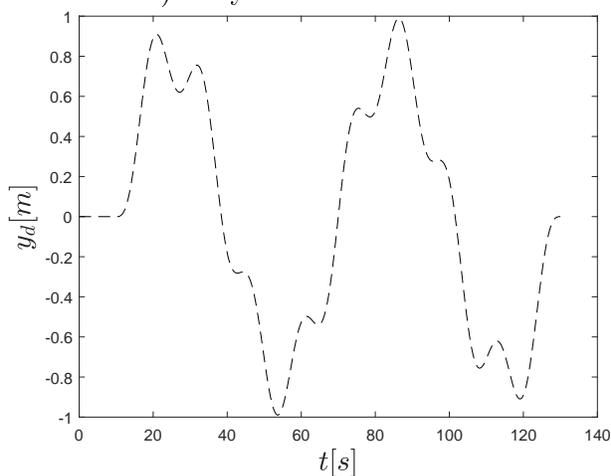
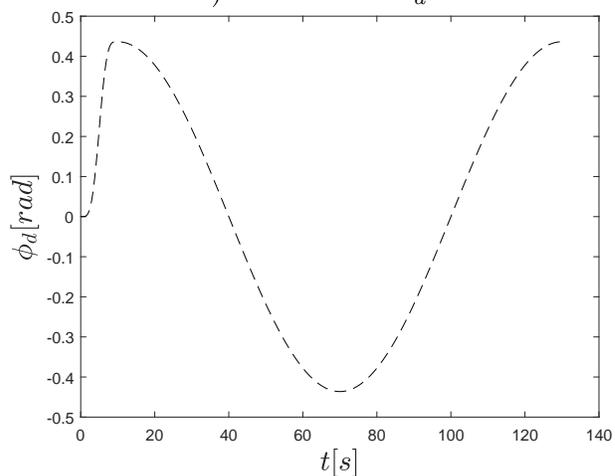
b) Posición en x_d c) Posición en y_d d) Posición en ϕ_d

Figura 3.3: Gráfica del comportamiento de la función epicicloide

Técnicas para la solución del problema de optimización dinámica

Introducción

Actualmente los problemas de optimización están enfocados a sistemas no lineales, esto se atribuye a la necesidad y la demanda de solucionar problemas del mundo real. No obstante, esto origina que los problemas de optimización sean más difíciles de resolver, causando que dichos problemas obtengan características de funciones multimodales, y una alta dimensionalidad en el espacio de búsqueda. Por lo anterior, los problemas de optimización pueden presentar varias soluciones óptimas locales volviendo más complicado garantizar si existe una solución óptima global.

Para encontrar las soluciones óptimas a los problemas de optimización se debe seleccionar una técnica de optimización adecuada al problema. En la Figura 4.1 se muestra una clasificación de las técnicas de optimización empleada en la literatura, la cual se divide en dos grupos importantes: grupo determinístico y grupo estocástico. No obstante, existen diferentes formas de clasificar las técnicas de optimización.

El grupo determinístico, son aquellas técnicas donde se basan en un modelo matemático donde las mismas condiciones iniciales producirán los mismos resultados, al no contemplar la existencia de aleatoriedad, ya que el término determinista significa que sin importar lo que haga el proceso (ó algoritmo), sólo hay una cosa que puede hacer a continuación (es decir, el paso siguiente se determina por los pasos anteriores) [41]. Existen varias desventajas en este grupo determinístico, una de ellas son las condiciones iniciales, ya que pueden afectar la búsqueda de la solución óptima al repetir en diversas corridas las mismas soluciones. Otra importante desventaja de este grupo determinístico son las técnicas con base en el gradiente, ya que éstas resultan ineficientes y en ocasiones inoperantes, debido a que estas técnicas requieren la primera derivada de la función objetivo, la cual no siempre está disponible en los problemas del mundo real.

El grupo estocástico, son aquellas técnicas donde existe aleatoriedad en alguna parte del proceso (ó algoritmo) en la búsqueda de la solución óptima. Esto se atribuye porque algún elemento no se conoce con anticipación, incorporando así incertidumbre en la búsqueda,

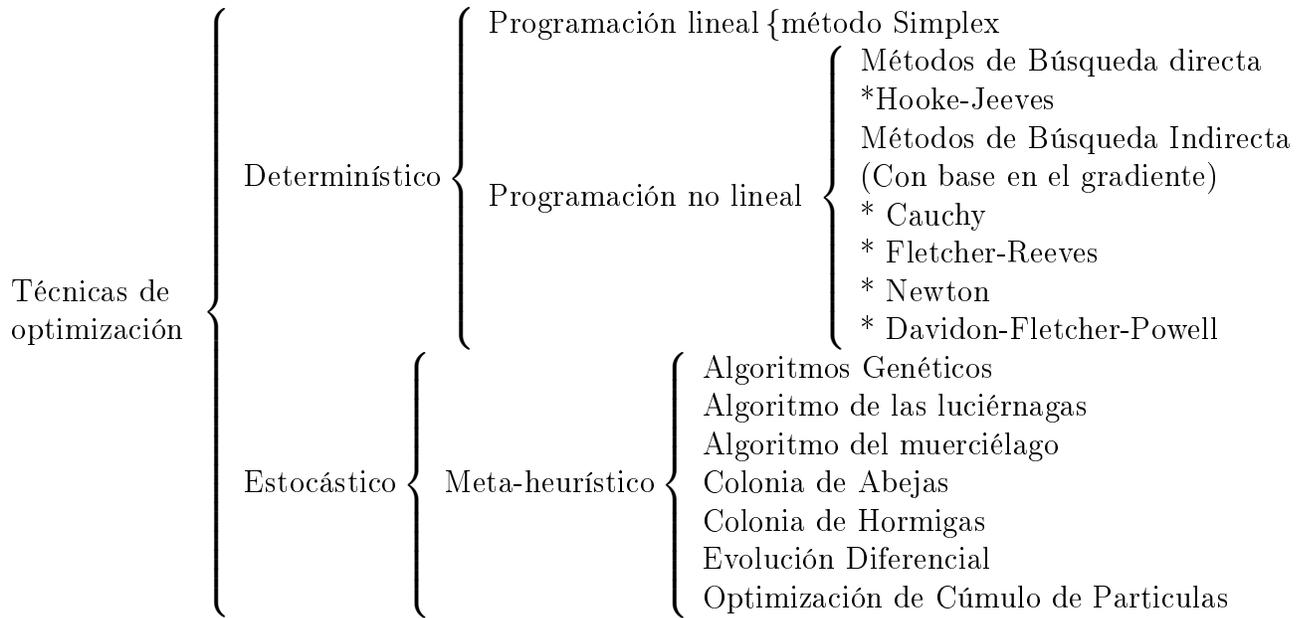


Figura 4.1: Técnicas de optimización

donde las técnicas determinísticas no pueden implementarse a falta de información. Por esta razón, aparecen las técnicas meta-heurísticas, donde estas técnicas tratan de apartarse de óptimos locales orientando la búsqueda en cada momento dependiendo de la evolución del proceso de búsqueda. En otras palabras, utiliza criterios de exploración y explotación para la búsqueda de óptimos globales, donde son un procedimiento en el cual tienen un alto grado de confianza para encontrar la solución óptima en un problema de optimización con un coste computacional razonable [42]. Sin embargo, en ocasiones dichas técnicas no se puede garantizar su optimalidad o su factibilidad.

Las meta-heurísticas permiten encontrar una buena solución a través de imitar fenómenos observados en la naturaleza cuyo diseño tiene inspiración biológica, social, cultural, etc. por lo cual también se les denominan técnicas bio-inspiradas y parecen estar asociados con la inteligencia artificial. Algunas se basan en los patrones de vuelo de las aves, en la evolución de las especies, en encontrar alimento, etc. Entre sus ventajas más representativas al utilizar estos algoritmos es el no requerir información adicional durante la búsqueda de las soluciones, tales como, el gradiente, la matriz Hessiana, condiciones iniciales de búsqueda, etc. Por tal motivo, son las soluciones más factibles y confiables en la búsqueda de óptimos globales. Actualmente no se conoce una técnica que asegure encontrar el óptimo global de problemas no lineales, por lo que se ha recurrido al uso de meta-heurísticas para resolver estos problemas.

Todas las técnicas meta-heurísticas tienen las siguientes características [43]:

- Son algoritmos aproximados, por lo tanto, no garantizan la obtención de la solución óptima.
- Realiza una búsqueda ciega, es decir, no dispone de ningún conocimiento en específico del problema, de manera que la búsqueda se basa exclusivamente de aptitud en la función objetivo y se debe indicar cuándo detenerse.

- Aceptan en ocasiones malos movimientos. Algunas veces aceptan soluciones no factibles como paso intermedio para acceder a nuevas regiones no exploradas.

En este capítulo se describen los algoritmos implementados para dar solución al problema de sintonización del controlador PD planteado en el capítulo 3. Se utilizan diversos algoritmos estocásticos (o bio-inspirados), tales como: evolución diferencial (ED) con las siguientes ocho variantes: ED Rand 1 Bin, ED Rand 1 Exp, ED Best 1 Bin, ED Best 1 Exp, ED Current to Rand 1, ED Current to Best 1, ED Current to Rand 1 Bin, ED Current to Best 1 Bin, algoritmo del murciélago (BA), algoritmo de las luciérnagas (FA) y el algoritmo de optimización mediante cúmulos de partículas (PSO). Asimismo, se utiliza un algoritmo determinístico con base en el gradiente: programación cuadrática secuencial (SQP). Por último, se explica de forma general las partes importantes y el pseudo-código de cada algoritmo.

4.1. Programación Cuadrática Secuencial (SQP)

El algoritmo de programación cuadrática secuencial (Sequential Quadratic Programming), es una técnica de optimización del grupo determinístico, donde su nombre se debe a que en cada iteración se resuelve un problema cuadrático, el cual se basa en el cálculo del gradiente de la función objetivo y de las restricciones. El algoritmo SQP esta con base en la aplicación del método de Newton que contempla las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker, y por lo tanto, presenta las mismas virtudes y limitaciones que el método de Newton tradicional.

El algoritmo SQP se divide en dos sub-problemas de optimización: la dirección de búsqueda, y el calculo del paso de una iteración [44]. Para determinar la dirección de búsqueda se formula un problema de programación cuadrática (QP) con base en una aproximación cuadrática de la función lagrangiana, tal como se muestra en la ecuación (4.1); donde $J(p)$ es la función objetivo, $g_j(p)$ son las restricciones de desigualdad y $h_k(p)$ son las restricciones de igualdad, ya que el algoritmo SQP no transforma el problema original con restricciones en uno sin restricciones, sino que transforma el problema en una sucesión de problemas cuadráticos con restricciones lineales [45].

$$L(p, \lambda) = J(p) + \sum_{j=1}^{n_g} \lambda_j \cdot g_j(p) + \sum_{k=1}^{n_h} \lambda_k \cdot h_k(p) \quad (4.1)$$

Por tal motivo, el problema QP se obtiene linealizando las restricciones no lineales de las ecuaciones (4.2)-(4.3), donde $H_i = \nabla^2 L$ es una aproximación de la matriz Hessiana definida positiva de la función de Lagrangiana (4.1). En cada nueva iteración se hace una aproximación de la matriz Hessiana H_i de la función Lagrangiana usando un método de actualización Quasi-Newton, donde sólo requiere información de la primera derivada [46], el cual se genera en este trabajo por el método Davidon-Fletcher-Powell (DFP). Por lo tanto, si la dirección de búsqueda d_i resuelve el subproblema dado en (4.2 - 4.3) y $d_i = 0$, entonces el vector de parámetros p es una solución óptima del problema original.

$$\underset{p^* \in R^6}{Min} J + \frac{1}{2} d^T H_i d + \nabla J(p^i)^T d \quad (4.2)$$

sujeto a:

$$\begin{aligned} \nabla g_j(p^i)^T d + g_j(p^i) &\leq 0, j = 1, \dots, n_g \\ \nabla h_k(p^i)^T d + h_k(p^i) &\leq 0, k = 1, \dots, n_h \end{aligned} \quad (4.3)$$

Implementación del algoritmo DFP

Paso 1:

Se escoge un punto inicial aleatorio $p^{(0)} \in R^n$, para el criterio de paro se utiliza un número máximo de iteraciones ε_1 , el paso $\lambda^k \in [0, 1] \in R$ es seleccionado a través de la solución de un problema de optimización en cada iteración. La inversa de matriz Hessiana donde $D^0 = I \in R^{n \times n}$ y se inicializa el algoritmo $k = 0$.

Paso 2:

Se evalúa $\nabla \bar{J}(p^k)$ donde implícitamente se requiere calcular las ecuaciones de sensibilidad del sistema, para este caso de estudio se obtienen mediante el siguiente procedimiento:

I) Cálculo de la ecuación de sensibilidad del vector de estado con respecto al vector de las variables de diseño.

El siguiente procedimiento es sólo para el vector de sensibilidad de una determinada variable de diseño p_i . Este procedimiento se utiliza de igual forma para encontrar el vector de sensibilidad del resto del vector de las variables de diseño. La ecuación de la sensibilidad se calcula mediante la derivación de ambos lados de la ecuación (4.4) con respecto a la i -ésima variable del vector de variables de diseño p_i como se observa en la ecuación (4.5).

$$\dot{x} = f(x + g(x)u) \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \dot{x} = \frac{\partial}{\partial p_i} (f(x) + g(x)u) \quad (4.5)$$

Al expandir y derivar los términos de la ecuación (4.5) resulta la ecuación (4.6).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial x}{\partial p_i} \right) &= \frac{\partial f(x)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p_i} + \\ &\frac{\partial g(x)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p_i} u + g(x) \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p_i} + \frac{\partial u}{\partial p_i} \right) \end{aligned} \quad (4.6)$$

En el cual $\tilde{x}^i = [\tilde{x}_1^i, \dots, \tilde{x}_6^i]^T = [\frac{\partial x_1}{\partial p_i}, \dots, \frac{\partial x_6}{\partial p_i}]^T \in R^6$, la ecuación de sensibilidad para p_i (4.6) resulta en la ecuación (4.7), donde: $\frac{\partial f}{\partial x} \in R^{6 \times 6}$, $\frac{\partial u}{\partial k_i} \in R^{3 \times 1}$, $\frac{\partial u}{\partial x} \in R^{3 \times 6}$, $\frac{\partial g(x)}{\partial x_i} \in R^{6 \times 3} \forall i = 1, \dots, 6$ y $\nabla G = [\frac{\partial g(x)}{\partial x_1}, \frac{\partial g(x)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial g(x)}{\partial x_6}]^T$.

$$\dot{\tilde{x}}^i = \left(\frac{\partial f}{\partial x} + g(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) \tilde{x}^i + \nabla G \tilde{x}^i u + g(x) \frac{\partial u}{\partial p_i} \in R^{6 \times 1} \quad (4.7)$$

II) Cálculo del vector gradiente de la función objetivo con respecto al vector de las variables de diseño.

Una vez que la ecuación de sensibilidad se calcula, el vector gradiente de la función objetivo se obtiene como se puede ver en la ecuación (4.8), donde se pueden simplificar términos con $\frac{\partial \bar{J}}{\partial e_i} = 2e_i$, $\frac{\partial e_i}{\partial x_i} = -1 \forall i = 1, 2, 3$, $\frac{\partial e_i}{\partial x_j} = 0 \forall i \neq j$.

$$\nabla_{p_i} \bar{J} = \frac{\partial \bar{J}}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p_i} \forall i = 1, \dots, 6 \quad (4.8)$$

Paso 3:

Se obtiene la dirección de búsqueda con ayuda de la matriz Hessiana y el gradiente de la función $S^k = D^k \nabla f(x^k)$.

Paso 4:

El vector de las variables de diseño en el algoritmo se actualiza mediante la aplicación de la ecuación (4.9).

$$p^{k+1} = p^k - \lambda \int_0^{t_f} \nabla_p \bar{J} dt \quad (4.9)$$

Paso 5:

Se actualiza la inversa de matriz Hessiana, por medio de una estimación utilizando el método de DFP. De este modo la fórmula presentada por el método preserva las propiedades de una matriz definida positiva y simétrica.

$$D^{k+1} = D^k + \frac{dx dx^T}{dx^T dg} - \frac{dg D^k dg^T D^k}{dg^T D^k dg} \quad (4.10)$$

donde:

$$\begin{aligned} dx &= p^{k+1} - p^k \\ dg &= \nabla f(p^{k+1}) - \nabla f(p^k) \end{aligned}$$

Paso 6:

Si $k \leq \varepsilon_1$ entonces el algoritmo se detiene por ser la condición de paro el número de iteraciones, pero si no es así, se procede que $k = k + 1$ y se regresa al **Paso 2**.

4.2. Evolución diferencial (ED)

El algoritmo de evolución diferencial es una técnica de optimización presentado a mediados de la década de los noventa por K. Price & R. Storn [47], la cual es una técnica de búsqueda estocástica del óptimo de una función basada en la teoría de la evolución natural que trata de encontrar la mejor solución factible a un problema.

El algoritmo es una herramienta simple pero poderosa para resolver problemas de optimización, donde la generación de nuevos individuos se lleva a cabo mediante operadores de reproducción (mutación y cruza). El operador de mutación está con base en la diferencia de pares de soluciones con el fin de encontrar una dirección de búsqueda con base en la distribución de soluciones en la población actual [48]. El operador de cruza es usado para generar nuevas soluciones, permite el intercambio de información del vector padre y del vector mutante para la generación siguiente, donde cada uno de los elementos del vector hijo puede ser tomado del vector padre o del vector mutación con una probabilidad CR y $j = j_{rand}$. Por último, como mecanismo de selección, el nuevo hijo compete con su padre y lo reemplaza si tiene una mejor aptitud.

Entre las dificultades que se puede encontrar en el algoritmo de evolución diferencial es la temprana convergencia a óptimos locales en funciones complejas con una alta dimensionalidad del problema. El parámetro que relaciona la velocidad de convergencia es el factor de mutación F . Una buena elección del parámetro F incrementa la precisión de la solución y estimula la capacidad de escapar de óptimos locales. De este modo, la cualidad para realizar una búsqueda local (explotación) se logra a través de valores de F pequeños y para realizar una búsqueda global (exploración) se consigue con valores de F mayores. [49]. El pseudo-código del algoritmo de evolución diferencial se expone en el algoritmo 1.

El algoritmo comienza con una población de NP individuos. La población inicial distribuye a los individuos aleatoriamente por el espacio de búsqueda. Las generaciones siguientes se denotan como: $G = 0, 1, 2, \dots, G_{max}$. Cada individuo está representado con un vector de D -parámetros (variables de diseño p de la ecuación (3.5)), resultando: $x_{i,G} = x_{i,G}^1, \dots, x_{i,G}^D$.

Después de obtener la población inicial se inicia un proceso iterativo en el que se aplica a cada individuo los operadores básicos de mutación, cruza y selección.

Mutación

El operador de mutación conocido como *ED/Rand/1/Bin* es uno de los más utilizados en la literatura, donde la mutación se crea a partir de tres individuos elegidos al azar dentro de la población, tal como se observa en la ecuación (4.11).

$$u_{i,G+1} = x_{r_1,G} + F(x_{r_2,G} - x_{r_3,G}) \quad (4.11)$$

Donde los subíndices r_1, r_2, r_3 son tres individuos de la generación G aleatoriamente elegidos y diferentes entre ellos. El factor de escala F es un parámetro de control positivo donde controla la magnitud de la variación diferencial en $(x_{r_2,G} - x_{r_3,G})$.

Algoritmo 1 Algoritmo de evolución diferencial

```

1: Begin
2:    $G \leftarrow 0$ 
3:   Crear una población aleatoria  $\vec{x}_{i,G} \forall i = 1, \dots, NP$ 
4:   Evaluar  $J(\vec{x}_{i,G}), g(\vec{x}_{i,G}), \forall i = 1, \dots, NP$ 
5:   while  $G \leq G_{\max}$  do
6:     for  $i \leftarrow 1$  to  $NP$  do
7:       Seleccionar aleatoriamente  $\{i \neq r_0 \neq r_1 \neq r_2\} \in \vec{x}_G$ .
8:        $j_{rand} \leftarrow randint(1, D)$ 
9:       for  $j \leftarrow 1$  to  $D$  do
10:        Proceso de mutación y cruza
11:      end for
12:      Evaluar  $J(\vec{u}_{i,G+1}), g(\vec{u}_{i,G+1})$ 
13:      if  $\vec{u}_{i,G+1}$  es mejor que  $\vec{x}_{i,G}$  then
14:         $\vec{x}_{i,G+1} \leftarrow \vec{u}_{i,G+1}$ 
15:      else
16:         $\vec{x}_{i,G+1} \leftarrow x_{i,G}$ 
17:      end if
18:    end for
19:     $G \leftarrow G + 1$ 
20:  end while
21: End

```

Cruza

La cruza es el proceso mediante el cual nuevos individuos posteriores a la primera generación son creados. La cruza se realiza mediante la combinación de los componentes del vector $x_{i,G}$ y $v_{i,G}$. Para el caso particular se utiliza la cruza uniforme tal como se observa en la ecuación (4.12), donde $CR \in [0, 1]$.

$$w_{i,G}^j = \begin{cases} v_{i,G}^j & \text{if } (rand_j(0, 1) \leq CR \text{ or } j = j_{rand}) \\ x_{i,G}^j & \text{if } (rand_j(0, 1) > CR \text{ and } j \neq j_{rand}) \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, D \quad (4.12)$$

Selección

Finalmente, para generar la población de la generación $G + 1$ se selecciona entre el vector $u_{i,G}$ y el vector $x_{i,G}$ usando el criterio de Deb [50], el cual se considera lo siguiente:

- Cualquier solución factible tiene preferencia sobre una no factible.
- Si dos soluciones son factibles, se da preferencia a la solución con la mejor función objetivo.
- Si dos soluciones son no factibles, se da preferencia a aquella que viola en menor medida las restricciones.

A lo largo de los años se han propuesto varias variantes para el algoritmo de *ED* con el fin de obtener mejores resultados, algunas de variantes se muestran en la tabla 4.1.

Tabla 4.1: Variantes de Evolución Diferencial

Nomenclatura	Variante
ED Rand 1 Bin	$u_{i,G} = \begin{cases} v_{i,G} = x_{r_1,G} + F(x_{r_2,G} - x_{r_3,G}) & \text{if } rand_j(0,1) < CR \text{ or } j = j_{rand} \\ x_{i,G} & \text{otherwise} \end{cases}$
ED Rand 1 Exp	$u_{i,G} = \begin{cases} v_{i,G} = x_{r_1,G} + F(x_{r_2,G} - x_{r_3,G}) & \text{while } rand_j(0,1) < CR \text{ or } j = j_{rand} \\ x_{i,G} & \text{otherwise} \end{cases}$
ED Best 1 Bin	$u_{i,G} = \begin{cases} v_{i,G} = x_{best,G} + F(x_{r_2,G} - x_{r_3,G}) & \text{if } rand_j(0,1) < CR \text{ or } j = j_{rand} \\ x_{i,G} & \text{otherwise} \end{cases}$
ED Best 1 Exp	$u_{i,G} = \begin{cases} v_{i,G} = x_{best,G} + F(x_{r_2,G} - x_{r_3,G}) & \text{while } rand_j(0,1) < CR \text{ or } j = j_{rand} \\ x_{i,G} & \text{otherwise} \end{cases}$
ED Current to Rand 1	$\vec{u}_{i,G} = v_{i,G} = \vec{x}_{i,G} + K(\vec{x}_{r_1,G} - \vec{x}_{i,G}) + F(\vec{x}_{r_2,G} - \vec{x}_{r_3,G})$
ED Current to Best 1	$\vec{u}_{i,G} = v_{i,G} = \vec{x}_{i,G} + K(\vec{x}_{best,G} - \vec{x}_{i,G}) + F(\vec{x}_{r_2,G} - \vec{x}_{r_3,G})$
ED Current to Rand 1 Bin	$u_{i,G} = \begin{cases} v_{i,G} = x_{i,G} + K(x_{r_1,G} - x_{i,G}) + F(x_{r_2,G} - x_{r_3,G}) & \text{if } rand_j(0,1) < CR \text{ or } j = j_{rand} \\ x_{i,G} & \text{otherwise} \end{cases}$
ED Current to Best 1 Bin	$u_{i,G} = \begin{cases} v_{i,G} = x_{i,G} + K(x_{r_1,G} - x_{i,G}) + F(x_{r_2,G} - x_{r_3,G}) & \text{while } rand_j(0,1) < CR \text{ or } j = j_{rand} \\ x_{i,G} & \text{otherwise} \end{cases}$

4.3. Algoritmo del murciélago (BA)

El algoritmo del murciélago (Bat Algorithm) [51], fue propuesto por Xin-She Yang en el año 2010. Este algoritmo se basa en el comportamiento de una parvada de murciélagos al cazar, y su capacidad de eco-localización con diferentes tasas de impulso de emisión y sonoridad. La eco-localización de los murciélagos les otorga la ventaja de encontrar a sus presas y discriminar diferentes tipos de insectos, incluso en completa oscuridad.

Si idealizamos algunas de las características de eco-localización de murciélagos, podemos desarrollar varios algoritmos bio-inspirados de murciélago. Por simplicidad, se utilizan las siguientes reglas aproximadas o idealizadas [52]

1. Todos los murciélagos utilizan la eco-localización para medir las distancias, y son capaces de reconocer la diferencia entre alimentos/presa y las barreras.
2. Los murciélagos vuelan aleatoriamente con velocidad v_i en la posición x_i , y usan para la eco-localización una frecuencia fija f_{min} y f_{max} , una longitud de onda variable λ y un volumen A cuando localizan a su presa. Según la proximidad de la presa pueden ajustar la longitud de onda de los pulsos y la frecuencia de pulso $r \in [0, 1]$ con que son emitidos.
3. Se asume que el volumen varía desde un máximo A_0 hasta un mínimo A_{min} .

El pseudo-código del algoritmo del murciélago se expone en el algoritmo 2.

La búsqueda local de este algoritmo se ejecuta empleando un recorrido aleatorio, proporcionado por la ecuación (4.13).

$$x_{new} = x_{old} + \varepsilon A^t \quad (4.13)$$

Donde:

$\varepsilon \in [-1, 1]$ es un número aleatorio.

$A^t = \langle A^t \rangle$ es el volumen promedio de todos los murciélagos en el instante t .

Algoritmo 2 Pseudocódigo del algoritmo del murciélago

```

1: Begin
2:   Crear una población aleatoria de murciélagos  $\vec{x}_i \forall_i = 1, \dots, NP$ 
3:   Inicializar frecuencia  $f_{min}$  y  $f_{max}$ , emisión del pulso  $r \in [0, 1]$ , intensidad  $A_0$  y  $\beta \in [0, 1]$ .
4:   while  $t \leq Gmax$  do
5:     Evaluar  $J(\vec{x}_i), g(\vec{x}_i), \forall_i = 1, \dots, NP$ 
6:     Generar nuevas soluciones ajustando la frecuencia y re-calculando velocidades y
7:     posiciones.
8:      $f_i = f_{min} + \beta(f_{max} - f_{min})$ 
9:      $v_i^t = v_i^{t-1} + (x_i^t - x_{best})f_i$ 
10:     $x_i^t = x_i^{t-1} + v_i^t$ 
11:    if  $rand > r_i$  then
12:      Seleccionar una solución entre las mejores soluciones.
13:      Generar aleatoriamente una solución local en base a la mejor solución.
14:    end if
15:    if  $rand < A_i \ \& \ J(x_i^t) < J(x_{best})$  then
16:      Aceptar la mejor solución.
17:      Incrementar  $r_i$  y reducir  $A_i$ 
18:    end if
19:    Encontrar  $x_{best}$ .
20:     $t \leftarrow t + 1$ 
21:  end while
22: End

```

En cada iteración, se actualiza el volumen A_i y la frecuencia de pulso r_i . Cuando el murciélago se va acercando la presa, decrece el volumen (hasta llegar a cero, cuando ha atrapado la presa ya no emite ningún sonido) y aumenta la frecuencia de los pulsos. Los valores iniciales de A_i y r_i se crean aleatoriamente al principio de la simulación. En cada paso, se actualizan sólo si la nueva solución de este murciélago mejora a la anterior. Simulamos A_i^t y r_i^t como:

$$\begin{aligned} A_i^{t+1} &= \alpha A_i^t \\ r_i^{t+1} &= r_i^0 [1 - e^{-\gamma t}] \end{aligned} \quad (4.14)$$

Donde:

$\alpha \in [0, 1]$ = Número aleatorio.

γ = Valor constante mayor que cero.

4.4. Algoritmo de las luciérnagas (FA)

El algoritmo de las luciérnagas (Firefly Algorithm) [53], fue propuesto por Xin-She Yang en el año 2009. Este algoritmo se basa en el comportamiento de las luciérnagas, donde existen dos aspectos importantes: la variación de la intensidad de luminiscencia y la formulación de atracción. Básicamente cada luciérnaga tiene una posición dentro del espacio de búsqueda y una luminosidad asociada a su posición, las luciérnagas se mueven hacia otras que emitan más luminosidad, con el fin de estar más cerca de una mejor posición.

El algoritmo fue desarrollado utilizando estas tres reglas idealizadas [54]:

1. Todas las luciérnagas son unisexuales y se sienten atraídas por otras luciérnagas, independientemente de su sexo.
2. El grado de atracción de una luciérnaga es proporcional a su brillo, y por lo tanto para cualquier par de luciérnagas parpadeantes, la que es menos brillante se moverá hacia la más brillante. Más brillo significa menos distancia entre dos luciérnagas. Sin embargo, si cualesquiera de las dos luciérnagas parpadeantes tienen el mismo brillo, éstas se mueven aleatoriamente.
3. El brillo de una luciérnaga se determina por el valor de la función objetivo. para un problema de maximización, el brillo de cada luciérnaga es proporcional al valor de la función objetivo y viceversa.

El pseudo-código del algoritmo de las luciérnagas se expone en el algoritmo 3.

Algoritmo 3 Pseudocódigo del algoritmo luciérnaga

```

1: Begin
2:   Crear una población aleatoria de luciérnagas  $\vec{x}_i \forall_i = 1, \dots, NP$ 
3:   Inicializar  $\beta_0 = 1$ ,  $\beta_{min} \in [0, 1]$ ,  $\alpha \in [0, 1]$  y  $\gamma = 1$ 
4:   while  $t \leq G_{max}$  do
5:     Evaluar  $J(\vec{x}_i)$ ,  $g(\vec{x}_i)$ ,  $\forall_i = 1, \dots, NP$ 
6:     Ordenar las luciérnagas y buscar la más luminosa.
7:     for  $i = 1 : NP$  do
8:       for  $j = 1 : NP$  do
9:         if  $I_j > I_i$  then
10:          Mover luciérnaga  $i$  hasta  $j$ .
11:           $r = \|x_i^t - x_j^t\|$ 
12:           $\beta = (\beta_0 - \beta_{min})exp(-\gamma r^2)$ 
13:           $x_i^{t+1} = x_i^t + \beta(x_j^t - x_i^t) + \alpha(rand[0, 1] - \frac{1}{2})$ 
14:        end if
15:      end for  $j$ 
16:    end for  $i$ 
17:  end while
18: End

```

4.5. Optimización mediante cúmulos de partículas (PSO)

Particle Swarm Optimization (optimización mediante cúmulos de partículas) [55], fue propuesto por J. Kennedy & R. Eberhart en el año 1995. Este algoritmo es una técnica bio-inspirada en el comportamiento colectivo o social del vuelo de las aves o el movimiento de los bancos de peces que intentan encontrar su comida. Formalmente, un cúmulo puede ser definido como un grupo de partículas que conviven en una sociedad donde se comunican entre ellos, actuando en su respectivo entorno social (vecindades en el espacio de búsqueda). Por lo cual, cada partícula está afectada por un factor individual y su factor social.

EL factor individual se refiere a las decisiones que ha tomado la partícula con el fin de obtener el mejor conocimiento sobre su entorno (una mejor aptitud), lo cual afectara en las nuevas decisiones que pueda tomar. El factor social se refiere a las decisiones que han tomado las partículas de la población (dentro de un cierto vecindario) con el fin de obtener el mejor conocimiento sobre su entorno, lo cual afecta en las nuevas decisiones que puedan tomar los individuos en el vecindario.

En el algoritmo de PSO, la población inicial se determina aleatoriamente y cada partícula se desplaza a través del espacio de búsqueda y recuerda la mejor posición que ha encontrado. Cada partícula comunica las buenas posiciones a las demás y dinámicamente ajustan su propia posición y su velocidad con base en las buenas posiciones. La velocidad se ajusta con el comportamiento histórico de las partículas. De esta forma, las partículas tienden a dirigirse hacia un mejor espacio de búsqueda en el proceso de minimización de la función objetivo. Este algoritmo suele tener una convergencia rápida a buenas soluciones. El pseudo-código del algoritmo basado en cúmulos de partículas se expone en el algoritmo 4.

Algoritmo 4 Pseudocódigo del algoritmo basado en cúmulos de partículas

```

1: Begin
2:   Inicializar aleatoriamente  $\vec{x}_i$  y  $\vec{v}_i$ ,  $\forall_i = 1, \dots, NP$ 
3:   Inicializar  $\vec{v}_{min} = -\frac{1}{2}\vec{p}_{min}$ ,  $\vec{v}_{max} = \frac{1}{2}\vec{p}_{max}$ ,  $C_1 \in [0, 2]$  y  $C_2 \in [0, 2]$ 
4:   Evaluar  $J(\vec{x}_i)$ ,  $g(\vec{x}_i)$ ,  $\forall_i = 1, \dots, NP$ 
5:   Encontrar  $p\vec{Best}^1$ 
6:   Encontrar  $g\vec{Best}$ 
7:   while  $G \leq G_{max}$  do
8:     Actualizar  $\vec{w} = \vec{v}_{max} - \frac{G}{G_{max}}(\vec{v}_{max} - \vec{v}_{min})$ 
9:     for  $i \leftarrow 1$  to  $NP$  do
10:       $\vec{v}_i = \vec{w}\vec{v}_i + rand[0, 1]C_1(p\vec{Best}^t - \vec{x}_i) + rand[0, 1]C_2(g\vec{Best}^t - \vec{x}_i)$ 
11:       $\vec{x}_i = \vec{x}_i + \vec{v}_i$ 
12:      Evaluar  $J(\vec{x}_i)$ ,  $g(\vec{x}_i)$ 
13:      Actualizar  $p\vec{Best}^t$ 
14:     end for
15:     Actualizar  $g\vec{Best}^t$ 
16:   end while
17: End

```

Donde:

\vec{x}_i = Ubicación de la partícula dentro del espacio de soluciones.

\vec{v}_i = Velocidad de la partícula.

$p\vec{Best}$ = Mejor valor objetivo encontrado por la partícula hasta el momento. (local)

$g\vec{Best}$ = Mejor valor objetivo encontrado por las partículas del cúmulo. (global.)

w = Es un término de exploración y explotación del cúmulo.

C_1 y C_2 = Constantes de aceleración que determinan en qué medida la partícula es influenciada en su respectivo desplazamiento.

Resultados

Introducción

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos a partir de la formulación de un POD para encontrar las ganancias óptimas del controlador PD, el cual realice la tarea de seguimiento de una trayectoria altamente no lineal en el RMO que se presentó en el capítulo 3. Dichos resultados se presentan en un análisis de los resultados obtenidos mediante diversas métodos de optimización y se analizan dichos resultados numéricos utilizando estadística no paramétrica. Finalmente se analizan en dos etapas importantes: pruebas en simulación con el modelo dinámico del RMO obtenido en el capítulo 2 y pruebas experimentales con el prototipo real.

5.1. Parámetros para la simulación del RMO

Para realizar pruebas de simulación se utilizaron los parámetros cinemáticos y dinámicos del prototipo real del RMO, que se encuentra en el laboratorio de Mecatrónica, del “CIDETEC-IPN” en la Ciudad de México. En la Tabla 5.1 se muestran los parámetros más relevantes del RMO que son necesarios para la simulación del prototipo en el programa MATLAB del modelo dinámico del RMO. Se utiliza el método de integración de Euler con la condición inicial $x^0 = \mathbf{0} \in R^6$, el tiempo de integración $\Delta t = 0.005s$ y el $t_f = 130s$.

Tabla 5.1: Parámetros del RMO [56].

<i>Parámetro</i>	<i>Descripción</i>	<i>Valor</i>	<i>Unidades</i>
r	<i>Radio de la llanta</i>	0.0625	m
L	<i>Dist del centro a la llanta</i>	0.287	m
m	<i>Masa del robot móvil</i>	16.319	kg
J	<i>Inercia de la llanta</i>	$5.82E^{-4}$	$kg \cdot m^2$
I_z	<i>Inercia del robot móvil</i>	0.516	$kg \cdot m^2$

5.2. Parámetros para la ejecución de los algoritmos propuestos

Con el propósito de obtener el mejor resultado en el desempeño del RMO para el seguimiento de trayectoria, se implementaron diversas técnicas de optimización descritas en el capítulo 4. Entre las técnicas estocásticas se encuentran: BA, FA, PSO, (ED) con las siguientes ocho variantes: ED Rand 1 Bin, ED Rand 1 Exp, ED Best 1 Bin, ED Best 1 Exp, ED Current to Rand 1, ED Current to Best 1, ED Current to Rand 1 Bin, ED Current to Best 1 Bin. Asimismo, se utiliza una técnica determinística con base en el gradiente: SQP. Dichas técnicas buscan obtener la mejor solución al problema de optimización en la búsqueda de las ganancias óptimas del controlador PD.

Para todas las técnicas propuestas es necesario definir los límites del vector de variable de diseño p , los cuales se establecen como $p_{min} \in [0, 0, 0, 0, 0, 0]$ y $p_{max} \in [5000, 5500, 3000, 25, 25, 100]$. Por otra parte, se utiliza como condición de paro de las técnicas estocásticas el número de iteraciones $G_{max} = 200$ y para la técnica determinística se utiliza como condiciones de paro los siguientes criterios: número de iteraciones $G_{max} = 200$ y una tolerancia del tamaño de paso (norma de λ) a $1e^{-15}$.

A continuación se muestran los parámetros iniciales de las técnicas propuestas.

Condiciones iniciales para el algoritmo de ED

- Tamaño de la población NP de 50 individuos.
- Factor de escala F es aleatorio en el intervalo de $0.3 \leq F \leq 0.9$.
- Factor de cruce $CR = 0.6$.

Condiciones iniciales para el algoritmo de PSO

- Tamaño de la población NP de 50 individuos.
- Velocidad inicial $\vec{v}_{min} = -\frac{1}{2}\vec{p}_{min}$.
- Velocidad inicial $\vec{v}_{max} = \frac{1}{2}\vec{p}_{max}$.
- Constantes de aceleración $C_1 = 1.6$ y $C_2 = 1.4$.

Condiciones iniciales para BA

- Tamaño de la población NP de 50 individuos.
- Frecuencia inicial $f_{min} = 0.1$.
- Frecuencia inicial $f_{max} = 0.9$.
- Emisión de pulso $r = 0.35$.
- Número aleatorio $\beta \in [0, 1]$.

- Intensidad $A_0 = 0.6$.
- Intensidad $A_{min} = 0.4$.

Condiciones iniciales para FA

- Tamaño de la población NP de 50 individuos.
- Atractivo de una luciérnaga $\beta_0 = 1$.
- Atractivo de una luciérnaga $\beta_{min} \in [0, 1]$.
- Factor de exploración del espacio de búsqueda $\alpha \in [0, 1]$.
- Coeficiente de absorción en el medio $\gamma = 1$.

Condiciones iniciales para SQP

- Condición inicial p^0 es aleatorio en el intervalo de $p_{min} \leq p^0 \leq p_{max}$.
- Factor de paso variable $\lambda^k \in [0, 1]$.
- Inversa de la matriz Hessiana inicial $D^0 = I \in R^{n \times n}$

En la literatura se conocen casos de estudio sobre el uso de pruebas no paramétricas para analizar el comportamiento de los algoritmos evolutivos [57]. Estos estudios proponen un mínimo de ejecuciones de veinticinco corridas para posteriormente validar el desempeño del algoritmo. Por tal motivo, en este trabajo se propone la misma métrica de ejecuciones, con el objetivo de comparar las mejores soluciones de cada algoritmo a través de la prueba de rangos con signo de Wilcoxon.

Cabe mencionar que el algoritmo SQP se tiene como desventaja su condición inicial, lo cual ocasiona en muchas corridas, una mala convergencia y soluciones en mínimos locales, tal como se explicó en el Capítulo 4. Por lo tanto, se propuso realizar cien corridas, debido a que se observó una alta dependencia de su condición inicial dando como resultado la divergencia del algoritmo.

5.3. Análisis estadístico no paramétrico del desempeño de los algoritmos

Es importante mencionar que los resultados obtenidos por los algoritmos propuestos, se encuentran en el anexo B. Así mismo, al realizar un resumen se genera la tabla 5.2, donde se muestra a detalle los promedios obtenidos. La primer columna se muestra el nombre del algoritmo propuesto, en la segunda columna se muestra el promedio de las aptitudes de cada individuo (valor de la función objetivo) de la última generación (\bar{J}) de cada corrida, y a su vez, se obtiene el promedio de dichos promedios por cada algoritmo, en la tercera columna se muestra el promedio de la desviación estándar en la última generación

Tabla 5.2: Promedio del comportamiento de los algoritmos propuestos.

Algoritmo	$Prom_{Alg}(\bar{J})$	$Prom_{Alg}(\sigma_{cor})$	$Prom_{Alg}(max \bar{J})$	$Prom_{Alg}(min \bar{J})$	$Var(\bar{J})\%$
ED Rand 1 Bin	8.57936921859e - 03	8.77575737902e - 13	8.57936922116e - 03	8.579369217023e - 03	8.9915e - 09
ED Rand 1 Exp	8.57936948618e - 03	3.34743313589e - 10	8.57937141606e - 03	8.579369266819e - 03	5.8941e - 07
ED Best 1 Bin	8.57936921625e - 03	3.03458690609e - 17	8.57936921625e - 03	8.579369216251e - 03	0
ED Best 1 Exp	8.57936921635e - 03	2.22435526310e - 13	8.57936921755e - 03	8.579369216258e - 03	8.0916e - 11
ED Current to Rand 1	8.57950643025e - 03	2.23306981755e - 08	8.57955821588e - 03	8.579460646517e - 03	1.0656e - 03
ED Current to Best 1	8.57947496555e - 03	1.62541197855e - 08	8.57950904268e - 03	8.579437123515e - 03	7.9151e - 04
ED Current to Rand 1 Bin	8.57942380755e - 03	1.77885080830e - 08	8.57945665232e - 03	8.579390809414e - 03	2.5168e - 04
ED Current to Best 1 Bin	8.57939917095e - 03	7.85002517491e - 09	8.57941775485e - 03	8.579383354635e - 03	1.6479e - 04
PSO	8.0e + 76	5.65685424949e + 77	4.0e + 78	8.579642845808e - 03	3.1892e - 03
BA	2.0e + 78	6.95587724414e + 78	2.8e + 79	8.581109183339e - 03	2.0276e - 02
FA	3.17701540641e + 39	2.24648913780e + 40	1.58850770320e + 41	8.579694239695e - 03	3.7882e - 03
SQP	2.92553732570e + 40	5.85107465191e + 40	1.17021493038e + 41	8.581929957143e - 03	100

(σ_{cor}) de cada corrida, y a su vez, se obtiene el promedio de dichos promedios por cada algoritmo, en la cuarta columna se muestra la aptitud del peor individuo (valor máximo de la función objetivo $max(\bar{J})$) de la última generación de cada corrida, y a su vez, se obtiene el promedio por cada algoritmo, en la quinta columna se muestra la aptitud del mejor individuo (valor mínimo de la función objetivo $min(\bar{J})$) de la última generación de cada corrida, y a su vez, se obtiene el promedio por cada algoritmo. Por último, en la sexta columna se observa la variación existente en porcentaje de \bar{J} con respecto al promedio del valor de la función objetivo del mejor individuo de la quinta columna, considerando que la mejor solución es ED Best 1 Bin. Para el caso del algoritmo SQP se considera utilizar las soluciones que convergen hacia una solución óptima, despreciando las soluciones que divergen.

Se puede apreciar que el algoritmo ED Best 1 Bin y ED Best 1 Exp obtuvieron los mejores resultados de los promedios resaltados en color negro con respecto al valor de la función objetivo del mejor individuo del algoritmo. El valor de la desviación estándar es un índice numérico de la dispersión de un conjunto de datos de la población. Mientras mayor sea el valor de la desviación estándar, mayor es la dispersión de la población. Esto se calcula obteniendo un promedio de las desviaciones individuales de cada observación con respecto a la media de una distribución. Se concluye que dichos algoritmos ED Best 1 Bin y ED Best 1 Exp sus individuos están más cerca de las soluciones óptimas. Por otra parte, el algoritmo SQP muestra en promedio una variación del 100% con respecto a los algoritmos ED Rand 1 Bin y ED Rand 1 Exp, ya que en una corrida la aptitud fue un término muy grande, lo cual se atribuye que el algoritmo pudo quedar en un mínimo local.

Con el objetivo de asegurar encontrar mejores parámetros del controlador PD que satisfaga lo mejor posible la tarea de seguimiento de trayectoria, es necesario verificar estadísticamente los resultados de todas las corridas usando una prueba no paramétrica denominada prueba de los signos de Wilcoxon [58]. Por tal motivo, se seleccionó la significancia estadística de la prueba como del 5%, lo cual mostrará la confiabilidad del resultado. Asimismo, se seleccionó la prueba por “el lado izquierdo”, esto con el fin si la hipótesis alternativa se acepta o es nula, utilizando el promedio de la última generación de la población de las veinticinco corridas de cada algoritmo bio-inspirado como las muestras a comparar, dicho promedio se obtiene de la segunda columna de la Tabla 5.2. Cabe resaltar que para el algoritmo SQP no se realiza esta prueba no paramétrica, ya que de las cien corridas que se realizaron, solo cuatro convergieron hacia un valor óptimo y no se tendría

una comparación equitativa contra los demás algoritmos al no cumplir con la condición de un mínimo de 25 muestras.

Los resultados obtenidos al realizar la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon se muestran en tablas del anexo B. Las tablas tienen la siguiente distribución: en la primera columna se muestran los nombres de los dos algoritmos propuestos a competir, en la segunda y tercera columna se muestra el valor del rango con signo obtenido a partir del desempeño de las muestras de dos algoritmos. Por último, se utilizó la prueba de “lado izquierdo” (indicando que la mediana está por el lado izquierdo de las muestras de otro algoritmo), validando hipótesis alternativa, donde el primer algoritmo supere el desempeño del segundo algoritmo. Esto con el propósito de garantizar la confiabilidad de la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon.

Un resumen y explicación de todas las tablas del anexo B es el siguiente para cada algoritmo expuesto: como se observa en la Tabla B.1 el algoritmo ED Rand 1 Bin se comparan sus muestras (valor promedio de la última generación de la función objetivo) de las veinticinco corridas de cada algoritmo, observando que en la última columna se debe satisfacer que el valor de $p \leq 0.005$, ya que esta condición nos dirá la confiabilidad de la prueba de Wilcoxon que el algoritmo ED Rand 1 Bin si sus muestras ganan o pierden contra las muestras de otro algoritmo, dicho en otras palabras la hipótesis alternativa no corre riesgo para ser rechazada. Por último, la segunda y tercera columna, nos muestra el valor del rango con signo respectivamente, donde se debe satisfacer que el valor del rango con signo positivo sea mayor que el valor del rango de signo negativo para otorgar una victoria al algoritmo ED Rand 1 Bin contra las muestras de otro algoritmo. Por lo tanto, el algoritmo ED Rand 1 Bin obtiene siete victorias ante los demás algoritmos.

En la Tabla 5.3 se muestra un resumen con las victorias de cada algoritmo, donde los algoritmos con un mal desempeño son: PSO y BA al no tener victorias ante los demás algoritmos propuestos. El algoritmo ED Best 1 Bin y el algoritmo ED Best 1 Exp son los dos mejores algoritmos para la obtención de los parámetros del controlador de un RMO al obtener nueve victorias ante los demás algoritmos, esto se atribuye a que dichas variantes del algoritmo ED tienen una gran similitud en sus medianas pero diferentes contra los demás algoritmos y no corren riesgo de rechazar su hipótesis alternativa por “el lado izquierdo”.

5.4. Comportamiento de la convergencia de los algoritmos

Esta sección consiste en analizar en conjunto todos los resultados obtenidos mediante los algoritmos propuestos, mostrando el comportamiento de las funciones objetivos del mejor individuo de cada algoritmo, en la convergencia hacia el valor óptimo de las ganancias óptimas del controlador PD para la tarea de seguimiento de trayectoria en el RMO.

A partir de las tablas del anexo C, se hace un resumen de los individuos con mejor aptitud de todas las corridas, obtenidos por los algoritmos propuestos. Dicho resumen se presenta en la Tabla 5.4, donde en la columna uno se muestra el nombre del algoritmo, en la segunda columna el número de corrida donde se encontró al mejor individuo de cada

Tabla 5.3: Victorias de los algoritmos meta-heurísticos de acuerdo con la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon.

Algoritmo	Victorias
ED Best 1 Bin	9
ED Best 1 Exp	9
ED Rand 1 Bin	7
ED Current to Best 1 Bin	6
ED Rand 1 Exp	5
ED Current to Best 1	4
ED Current to Rand 1 Bin	4
ED Current to Rand 1	3
FA	2
PSO	0
BA	0

algoritmo y, por último, en la última columna se muestra el valor de aptitud del mejor individuo. Se observa que los algoritmos ED Best 1 Bin y ED Best 1 Exp son los dos mejores algoritmos para la obtención de los parámetros del controlador PD, donde ambos algoritmos presentan un desempeño similar en la búsqueda de la solución óptima a través de varias corridas. Esto se atribuye a que dichas variantes del algoritmo ED en cada iteración al implementar su operador de mutación, selecciona al mejor individuo de la población.

Tabla 5.4: Mejores soluciones obtenidas mediante los algoritmos propuestos.

<i>Algoritmo</i>	<i>Corrida</i>	<i>min(\bar{J})</i>
ED Rand 1 Bin	20	$8.5793692164067e - 3$
ED Rand 1 Exp	21	$8.5793692226228e - 3$
ED Best 1 Bin	3	$8.5793692162515e - 3$
EDBest1Exp	14	$8.5793692162517e - 3$
ED Current to Rand 1	25	$8.5793711757111e - 3$
ED Current to Best 1	14	$8.5793692171431e - 3$
ED Current to Rand 1 Bin	25	$8.5793692167287e - 3$
ED Current to Best 1 Bin	23	$8.5793692162519e - 3$
PSO	2	$8.5793833630071e - 3$
BA	15	$8.5797370229618e - 3$
FA	16	$8.5794742810212e - 3$
SQP	68	$8.5819299571437e - 3$

Al ordenar de forma descendente la aptitud del mejor individuo de cada algoritmo de la Tabla 5.4, se puede observar el comportamiento de los parámetros de diseño de las ganancias del controlador PD, obtenidos por los algoritmos propuestos, tal como se muestran en la Tabla 5.5. Al visualizar los primeros siete algoritmos se muestra una similitud en los parámetros del controlador PD, ya que estos algoritmos se aproximan a la misma solución óptima dentro del área de búsqueda propuesta (p_{min} y p_{max}). Asimismo, se observan las soluciones obtenidas para los parámetros del controlador PD por los algoritmos PSO y SQP, donde muestran una gran diferencia ante los demás parámetros, ya que se encuentran más lejos de la solución óptima alcanzada por los demás algoritmos.

Tabla 5.5: Mejores ganancias del controlador PD obtenidas mediante los algoritmos propuestos.

<i>Algoritmo</i>	<i>Corrida</i>	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kd_2^*	kd_3^*
<i>ED Best 1 Bin</i>	3	1829.9723	4937.8682	2578.8332	24.9999	24.9999	15.8987
<i>ED Best 1 Exp</i>	14	1829.9703	4937.8714	2579.7964	24.9999	24.9999	15.9063
<i>ED Current to Best 1 Bin</i>	23	1829.9703	4937.8584	2579.9614	24.9999	24.9999	15.9016
<i>ED Rand 1 Bin</i>	20	1829.9947	4937.7593	2569.1845	24.9999	24.9999	15.9284
<i>ED Current to Rand 1 Bin</i>	25	1830.1865	4937.7819	2572.3556	24.9999	24.9999	15.6813
<i>ED Current to Best 1</i>	14	1829.8010	4938.0973	2408.3431	24.9999	24.9999	14.7982
<i>ED Rand 1 Exp</i>	21	1831.2925	4937.1671	2295.9411	24.9999	24.9998	15.8814
<i>ED Current to Rand 1</i>	25	1809.1478	4898.0505	761.9200	24.9991	24.9632	12.5390
<i>FA</i>	16	1810.5341	3754.5271	1227.1299	24.9999	21.6683	9.8200
<i>BA</i>	15	1744.9756	2520.8022	233.8821	24.8286	19.5555	4.0906
<i>PSO</i>	2	1819.1130	4933.7281	2093.2488	24.9234	24.9941	18.4197
<i>SQP</i>	68	2728.7787	804.1346	900.8355	25.0000	17.2126	13.1345
<i>Promedio</i>		1890.6065	4336.7238	1891.1333	24.9535	23.7425	14.0051

Cabe destacar, que en la Figura 5.1, se muestra el comportamiento de las funciones objetivo de los algoritmos propuestos, en el cual se propone un punto de convergencia mínima a superar de $5e - 9$ en la iteración 94 en el valor de la función objetivo del mejor individuo, esto con el fin de visualizar la rapidez de convergencia y observar los algoritmos que se aproximan más hacia la solución óptima dentro del espacio de búsqueda. Al obtener un acercamiento de la Figura 5.1 se obtiene la Figura 5.2, donde dicho punto de convergencia solo es alcanzado por cuatro algoritmos, ED Best 1 Bin en su iteración 94, ED Best 1 Exp en su iteración 112, ED Current to Best 1 Bin en su iteración 141 y ED rand 1 Bin en su iteración 199. Además, el algoritmo ED Best 1 Bin tiene una mejor rapidez de convergencia hacia la solución óptima en cuanto a los demás algoritmos propuestos.

Finalmente, se observa que la solución obtenida por SQP no es tan eficiente en comparación con los algoritmos bio-inspirados, se atribuye que el algoritmo encuentra en sus soluciones un mínimo local, ya que al realizar el cálculo de la inversa de la matriz hessiana para la siguiente generación es muy similar al actual, repitiendo la misma solución accionando las condiciones de paro propuestas. Para los algoritmos BA y FA se observa que no logran alcanzar la convergencia de los demás algoritmos, esto se debe a que se utilizaron las condiciones iniciales de cada algoritmo con respecto a la sugerencia del autor a través de pruebas benchmark, por lo que se plantea como trabajo a futuro la sintonización de sus parámetros de dichos algoritmos, por lo cual se recomienda usar la herramienta i-race [59].

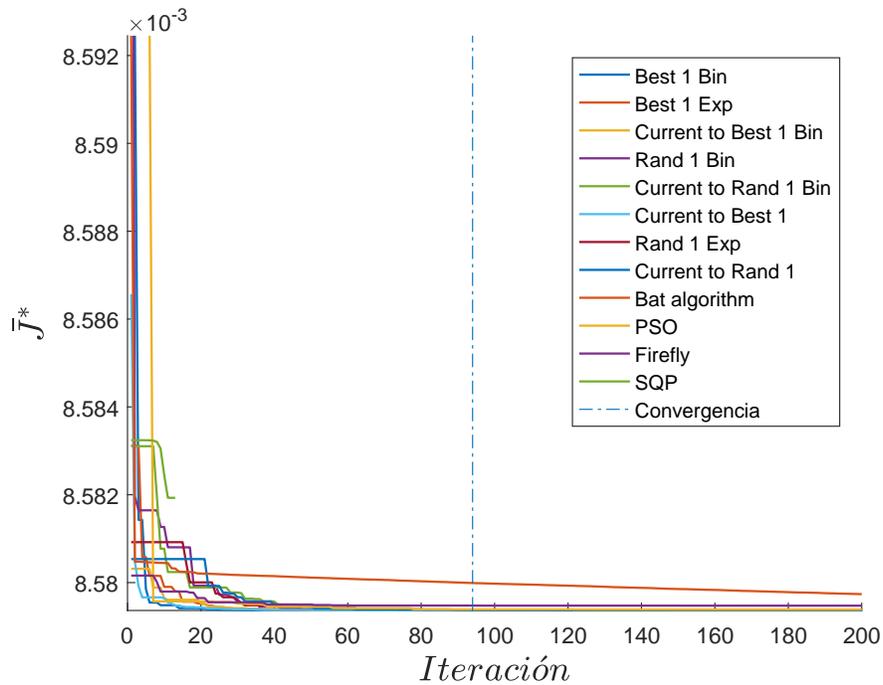


Figura 5.1: Comportamiento de las funciones objetivas de las mejores corridas por cada algoritmo meta-heurístico y el algoritmo basado en el gradiente.

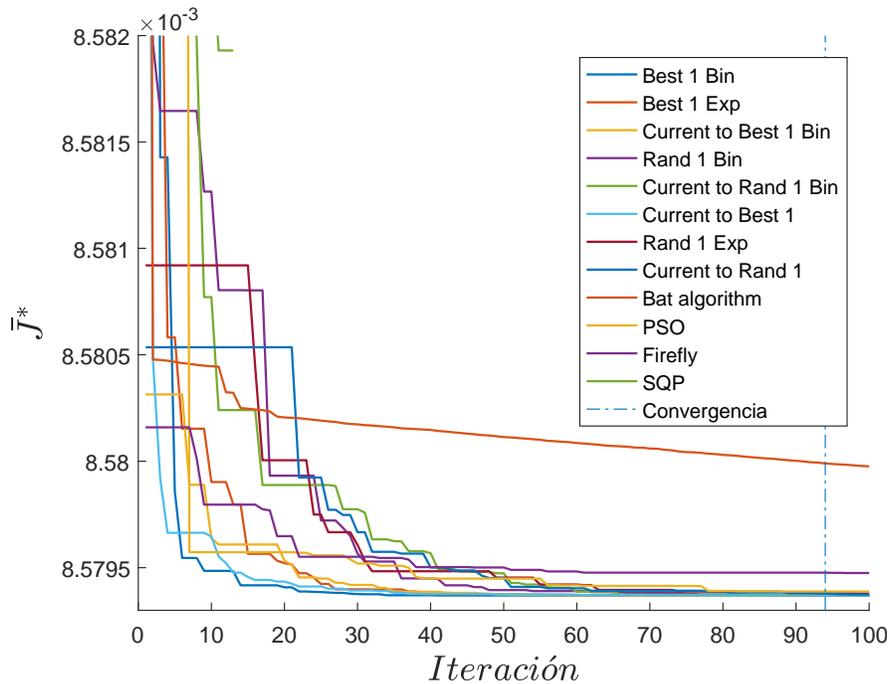


Figura 5.2: Acercamiento del comportamiento de las funciones objetivas de las mejores corridas por cada algoritmo meta-heurístico y el algoritmo basado en el gradiente.

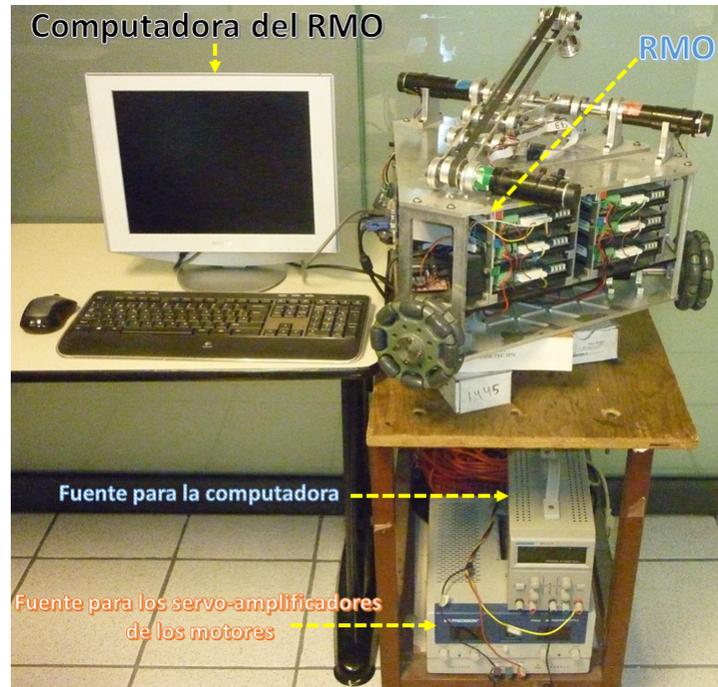


Figura 5.3: Sistema experimental para las pruebas de las ganancias óptimas del RMO.

5.5. Análisis de los resultados óptimos

A continuación, se explican los datos técnicos del RMO. El prototipo fue diseñado y manufacturado en el laboratorio de Mecatrónica, del “CIDETEC-IPN” en la Ciudad de México. En la Figura 5.3 se muestra el conjunto de sistemas electrónicos para realizar las pruebas pertinentes en la etapa experimental, donde el RMO cuenta con una tarjeta madre de la marca Gigabyte modelo Mini-ITX GA-D425TUD con un procesador Intel® *Atom*TM D525, una memoria RAM con capacidad de 4 GB, un disco duro de 250GB, una tarjeta de adquisición de datos de la marca Sensoray modelo 626, tres controladores de potencia de la marca Advanced Motion modelo 12A8 y por último, dos baterías de ácido-plomo de 12 V a 12 Ah [60]. La fuente para la computadora cuenta con salidas de voltaje de corriente directa de 12 a 24 V y la fuente de corriente directa para los servo-amplificadores de los motores de 30 V.

De tal forma, en esta sección se exponen los resultados obtenidos mediante la etapa de simulación y la etapa experimental para la tarea de seguimiento de trayectoria con la solución óptima encontrada de cada algoritmo.

Resultados con ED - Rand 1 Bin

De la Tabla C.1 se logra identificar el mejor individuo por el algoritmo ED Rand 1 Bin es proporcionada por la “*corrida 20*” resaltado de color negro, el cual tiene la mejor aptitud de todas las corridas realizadas ($\min(\bar{J})$) y además, en la Tabla C.2 se muestran las ganancias para el controlador correspondiente a cada corrida. Por último, en la Figura D.1 se visualiza la convergencia del mejor individuo hacia su valor óptimo encontrado.

Después de encontrar la mejor solución de los parámetros del controlador obtenidas mediante el algoritmo ED Rand 1 Bin “*corrida 20*”, se procede a realizar pruebas en el RMO en su etapa de simulación y etapa experimental. En las Figuras 5.4a y 5.4b se muestra el comportamiento tanto en posición y orientación con su etapa de simulación en el espacio Cartesiano y en las Figuras 5.4c y 5.4d se muestra el comportamiento tanto en posición y en su etapa experimental en el espacio Cartesiano, lo cual se observa que en las dos etapas se realiza el seguimiento de trayectoria muy similar a la propuesta.

El error producido en la posición y orientación del RMO durante la ejecución de la tarea de seguimiento de trayectoria se observa en las Figuras 5.5a y 5.5c, donde para la etapa de simulación prevalece un menor error en comparación con la etapa experimental, esto se debe a las incertidumbres del sistema, tales como fricciones en elementos móviles, deslizamiento de las ruedas sobre la superficie etc.. En las 5.5b y 5.5d se muestra el comportamiento que tiene el par de entrada con respecto a cada rueda del RMO en la etapa de simulación y etapa experimental, lo cual se observa que el par de entrada en las ruedas está en el rango de $4 Nm$, donde para el prototipo experimental con el que se trabaja el consumo de energía máximo es de $5 Nm$ para cada motor del RMO.

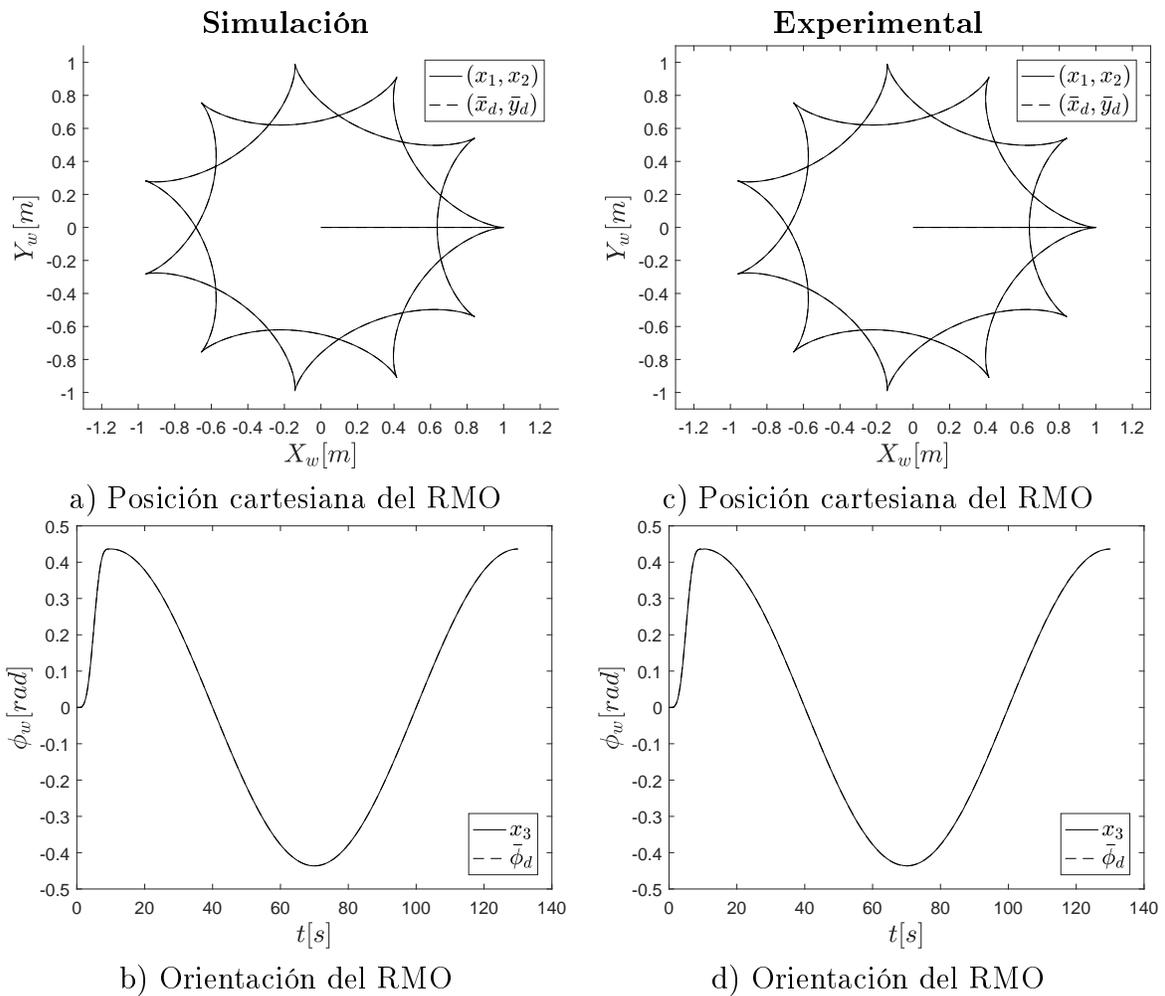


Figura 5.4: Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 20*” con ED-Rand 1 Bin.

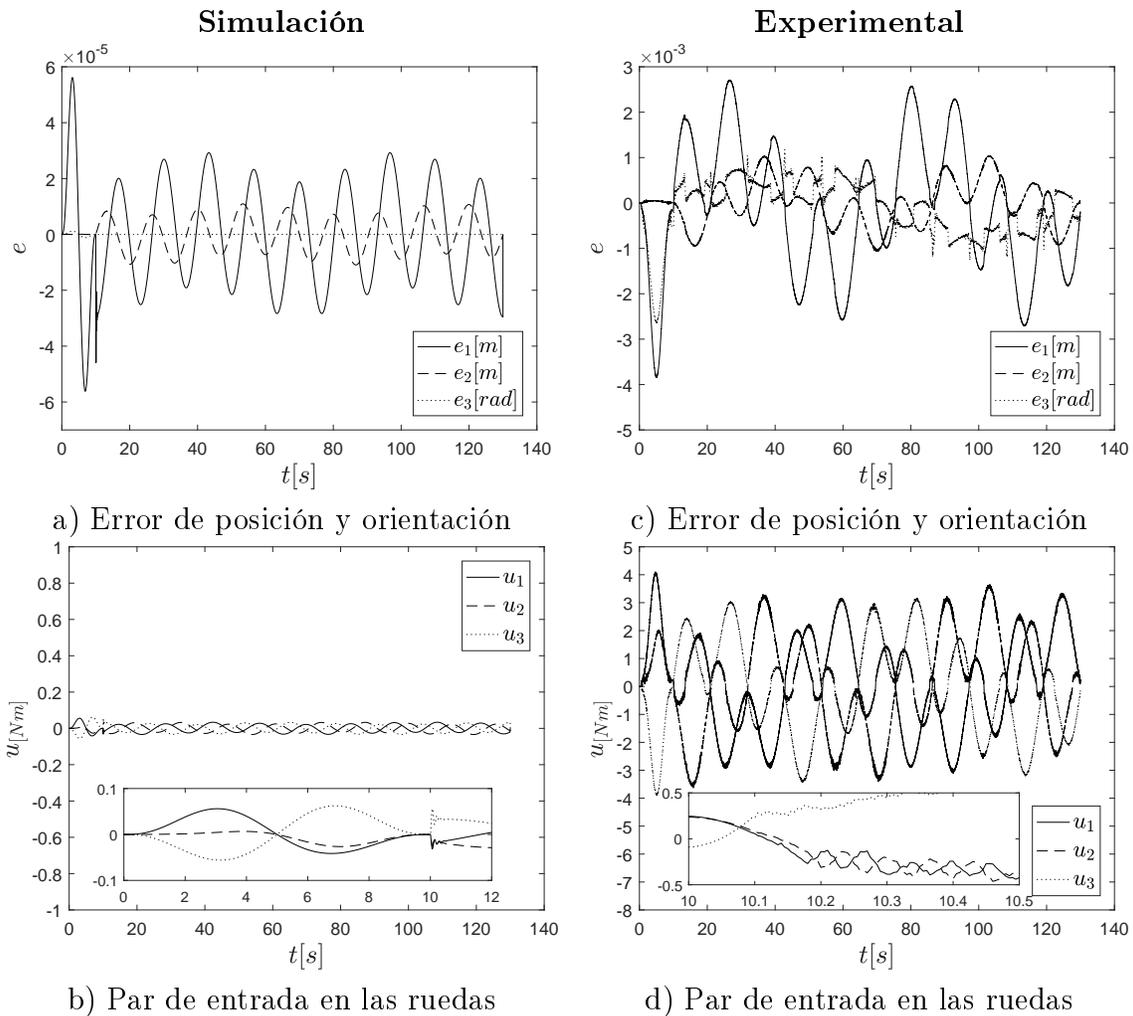


Figura 5.5: Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “corrida 20” con ED-Rand 1 Bin.

Resultados con ED - Rand 1 Exp

De la Tabla C.3 se logra identificar el mejor individuo por el algoritmo ED Rand 1 Exp es proporcionada por la “*corrida 21*” resaltado de color negro, el cual tiene la mejor aptitud de todas las corridas realizadas ($\min(\bar{J})$) y además, en la Tabla C.4 se muestran las ganancias para el controlador correspondiente a cada corrida. Por último, en la Figura D.2 se visualiza la convergencia del mejor individuo hacia su valor óptimo encontrado.

Después de encontrar la mejor solución de los parámetros del controlador obtenidas mediante el algoritmo ED Rand 1 Exp “*corrida 21*”, se procede a realizar pruebas en el RMO en su etapa de simulación y etapa experimental. En las Figuras 5.6a y 5.6b se muestra el comportamiento tanto en posición y orientación en su etapa de simulación en el espacio Cartesiano y en las Figuras 5.6c y 5.6d se muestra el comportamiento tanto en posición y en su etapa experimental en el espacio Cartesiano, lo cual se observa que en las dos etapas se realiza el seguimiento de trayectoria muy similar a la propuesta.

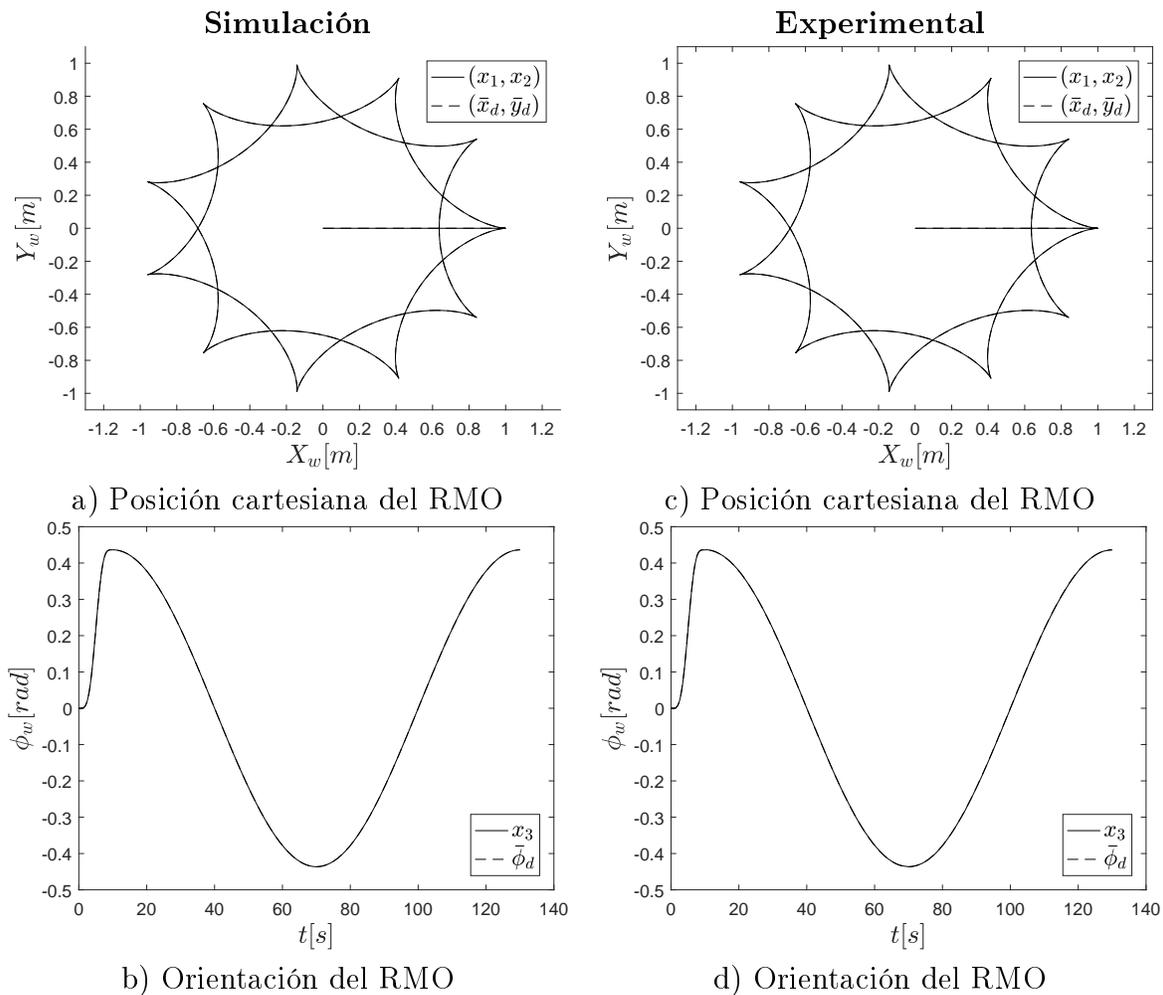


Figura 5.6: Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 21*” con ED-Rand 1 Exp.

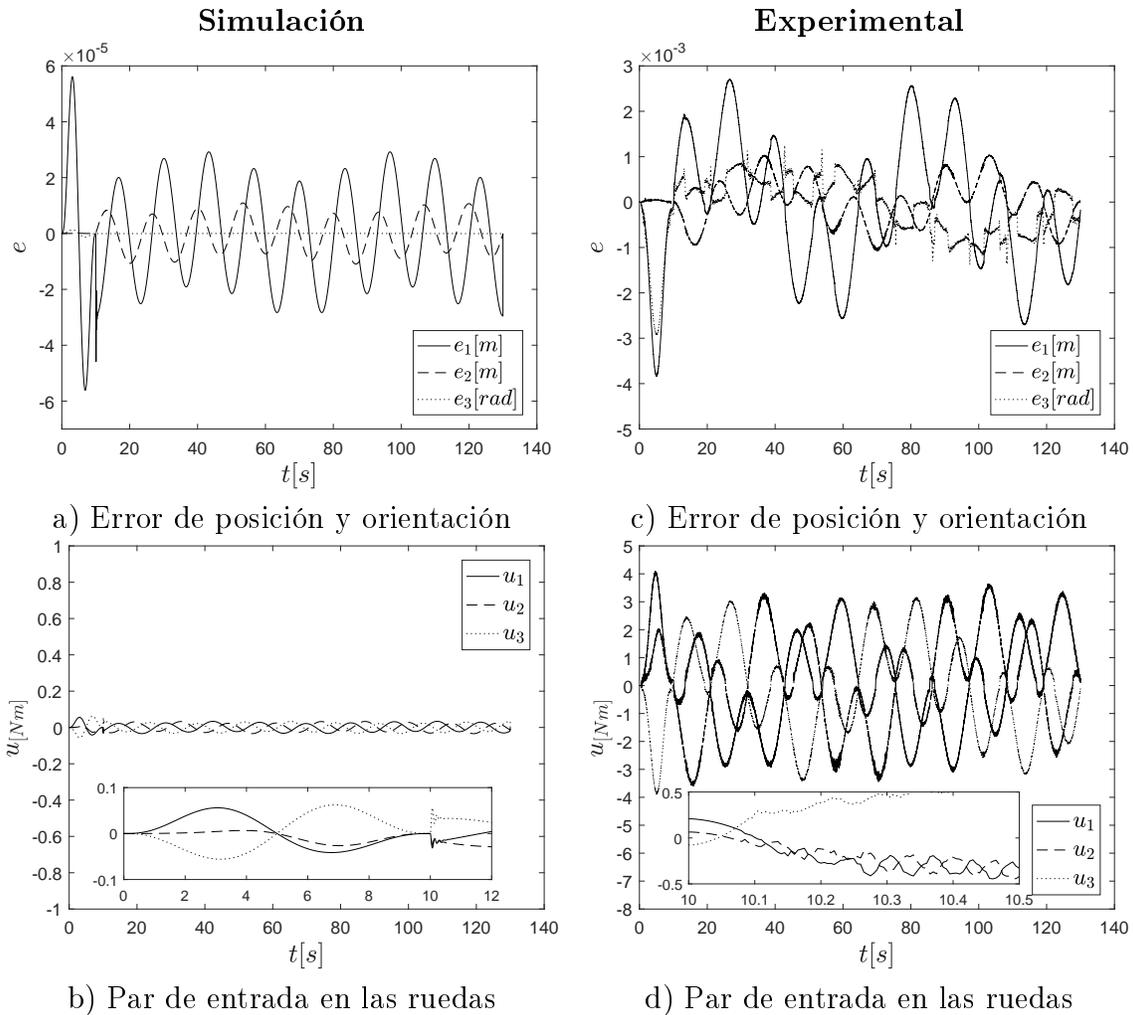


Figura 5.7: Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 21*” con ED-Rand 1 Exp.

El error producido en la posición y orientación del RMO durante la ejecución de la tarea de seguimiento de trayectoria se observa en las Figuras 5.7a y 5.7c, donde para la etapa de simulación prevalece un menor error en comparación con la etapa experimental, esto se debe a las incertidumbres del sistema, tales como fricciones en elementos móviles, deslizamiento de las ruedas sobre la superficie etc.. En las Figuras 5.7b y 5.7d se muestra el comportamiento que tiene el par de entrada con respecto a cada rueda del RMO en la etapa de simulación y etapa experimental, lo cual se observa que el par de entrada en las ruedas está en el rango de 4 Nm ., donde para el prototipo experimental con el que se trabaja el consumo de energía máximo es de 5 Nm . para cada motor del RMO.

Resultados con ED - Best 1 Bin

De la Tabla C.5 se logra identificar el mejor individuo por el algoritmo ED Best 1 Bin es proporcionada por la “*corrida 3*” resaltado de color negro, el cual tiene la mejor aptitud de todas las corridas realizadas ($\min(\bar{J})$) y además, en la Tabla C.6 se muestran las ganancias para el controlador correspondiente a cada corrida. Por último, en la Figura D.3 se visualiza la convergencia del mejor individuo hacia su valor óptimo encontrado.

Después de encontrar la mejor solución de los parámetros del controlador obtenidas mediante el algoritmo ED Best 1 Bin “*corrida 3*”, se procede a realizar pruebas en el RMO en su etapa de simulación y etapa experimental. En las Figuras 5.8a y 5.8b se muestra el comportamiento tanto en posición y orientación en su etapa de simulación en el espacio Cartesiano y en las Figuras 5.8c y 5.8d se muestra el comportamiento tanto en posición y en su etapa experimental en el espacio Cartesiano, lo cual se observa que en las dos etapas se realiza el seguimiento de trayectoria muy similar a la propuesta.

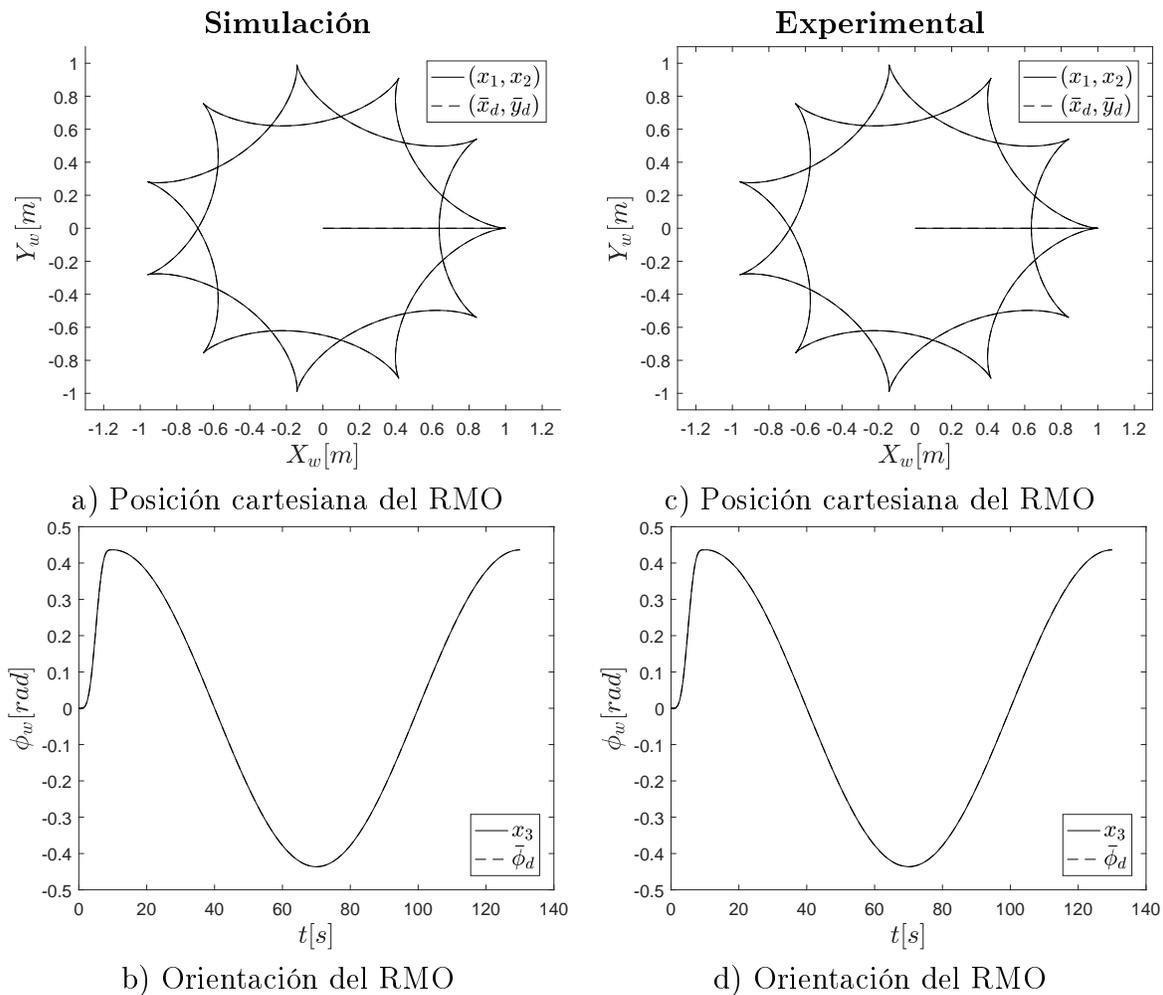


Figura 5.8: Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 3*” con ED-Best 1 Bin.

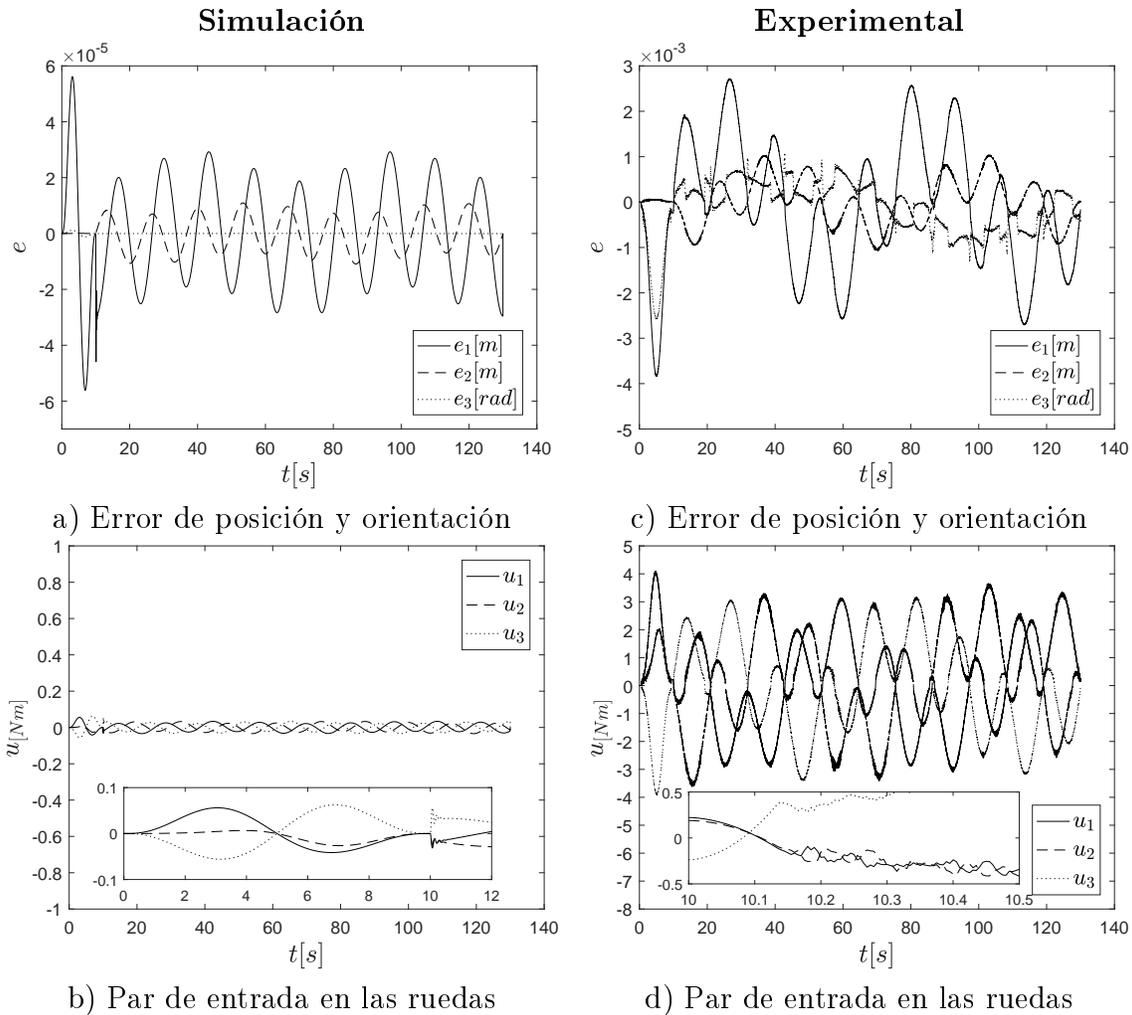


Figura 5.9: Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 3*” con ED-Best 1 Bin.

El error producido en la posición y orientación del RMO durante la ejecución de la tarea de seguimiento de trayectoria se observa en las Figuras 5.9a y 5.9c, donde para la etapa de simulación prevalece un menor error en comparación con la etapa experimental, esto se debe a las incertidumbres del sistema, tales como fricciones en elementos móviles, deslizamiento de las ruedas sobre la superficie etc.. En las Figuras 5.9b y 5.9d se muestra el comportamiento que tiene el par de entrada con respecto a cada rueda del RMO en la etapa de simulación y etapa experimental, lo cual se observa que el par de entrada en las ruedas está en el rango de 4 Nm, donde para el prototipo experimental con el que se trabaja el consumo de energía máximo es de 5 Nm para cada motor del RMO.

Resultados con ED - Best 1 Exp

De la Tabla C.7 se logra identificar el mejor individuo por el algoritmo ED Best 1 Exp es proporcionada por la “*corrida 14*” resaltado de color negro, el cual tiene la mejor aptitud de todas las corridas realizadas ($\min(\bar{J})$) y además, en la Tabla C.8 se muestran las ganancias para el controlador correspondiente a cada corrida. Por último, en la Figura D.4 se visualiza la convergencia del mejor individuo hacia su valor óptimo encontrado.

Después de encontrar la mejor solución de los parámetros del controlador obtenidas mediante el algoritmo ED Best 1 Exp “*corrida 14*”, se procede a realizar pruebas en el RMO en su etapa de simulación y etapa experimental. En las Figuras 5.10a y 5.10b se muestra el comportamiento tanto en posición y orientación en su etapa de simulación en el espacio Cartesiano y en las Figuras 5.10c y 5.10d se muestra el comportamiento tanto en posición y en su etapa experimental en el espacio Cartesiano, lo cual se observa que en las dos etapas se realiza el seguimiento de trayectoria muy similar a la propuesta.

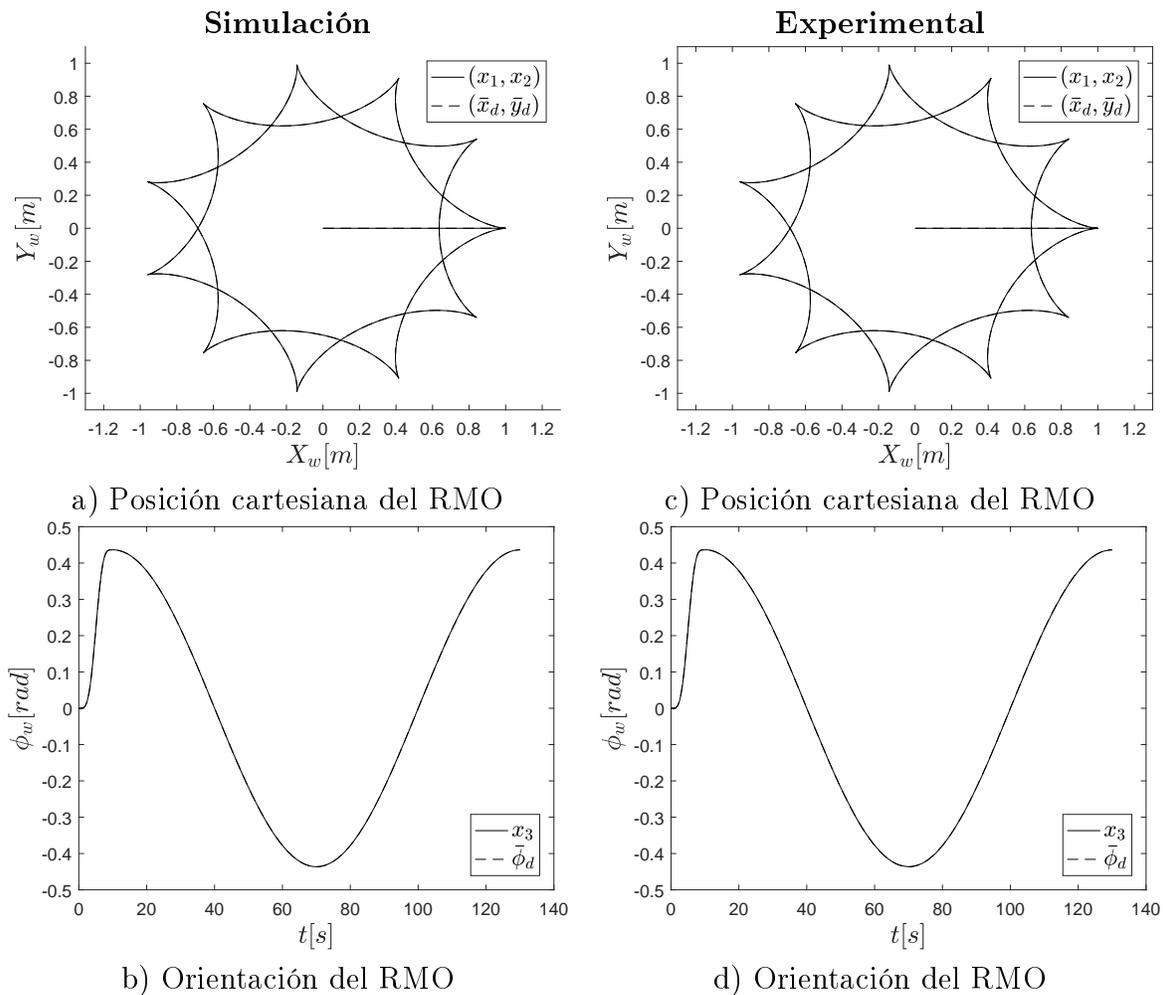


Figura 5.10: Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 14*” con ED-Best 1 Exp.

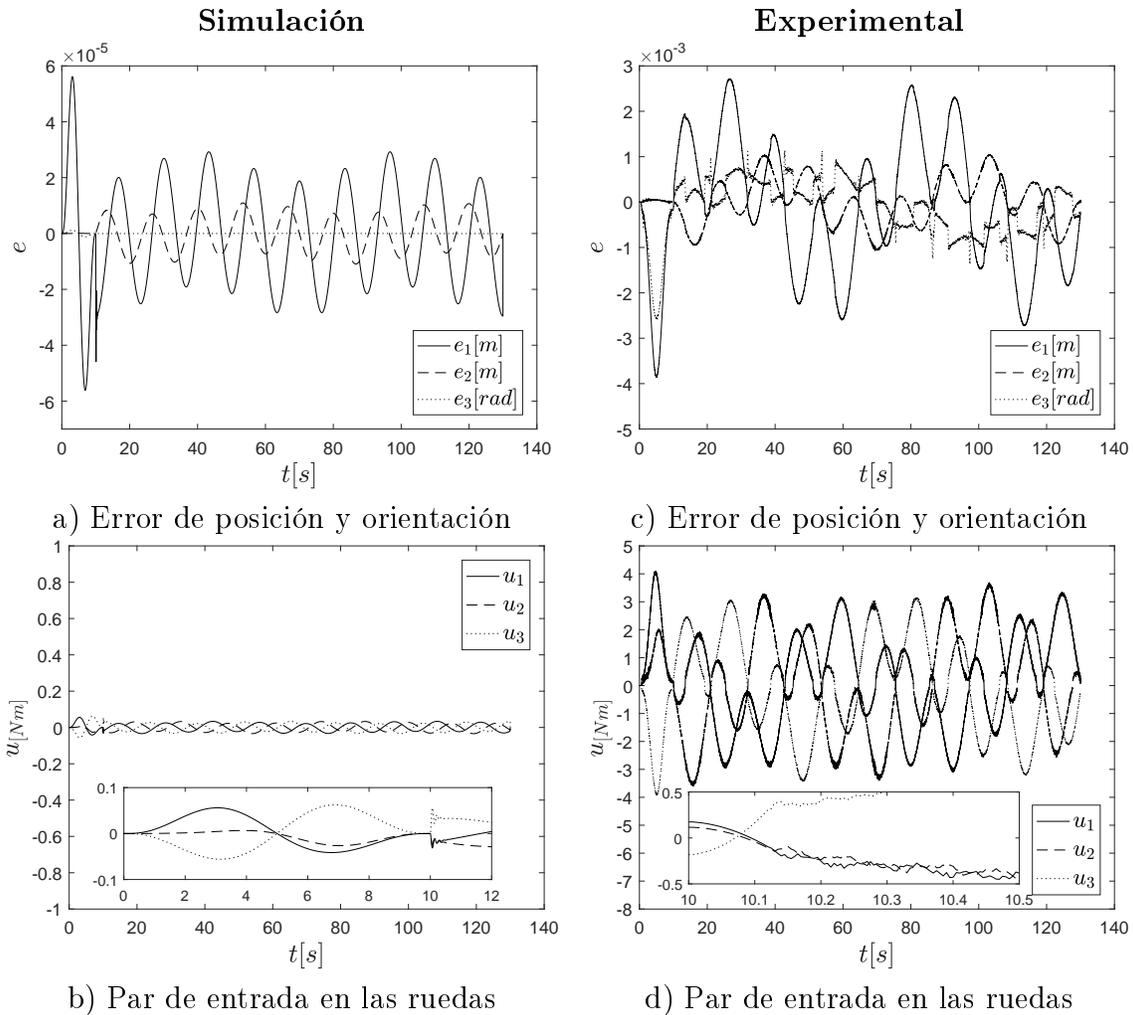


Figura 5.11: Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 14*” con ED-Best 1 Exp.

El error producido en la posición y orientación del RMO durante la ejecución de la tarea de seguimiento de trayectoria se observa en las Figuras 5.11a y 5.11c, donde para la etapa de simulación prevalece un menor error en comparación con la etapa experimental, esto se debe a las incertidumbres del sistema, tales como fricciones en elementos móviles, deslizamiento de las ruedas sobre la superficie etc.. En las Figuras 5.11b y 5.11d se muestra el comportamiento que tiene el par de entrada con respecto a cada rueda del RMO en la etapa de simulación y etapa experimental, lo cual se observa que el par de entrada en las ruedas está en el rango de 4 Nm , donde para el prototipo experimental con el que se trabaja el consumo de energía máximo es de 5 Nm para cada motor del RMO.

Resultados con ED - Current to Rand 1

De la Tabla C.9 se logra identificar el mejor individuo por el algoritmo ED Current to Rand 1 es proporcionada por la “*corrida 25*” resaltado de color negro, el cual tiene la mejor aptitud de todas las corridas realizadas ($\min(\bar{J})$) y además, en la Tabla C.10 se muestran las ganancias para el controlador correspondiente a cada corrida. Por último, en la Figura D.5 se visualiza la convergencia del mejor individuo hacia su valor óptimo encontrado.

Después de encontrar la mejor solución de los parámetros del controlador obtenidas mediante el algoritmo ED Current to Rand 1 “*corrida 25*”, se procede a realizar pruebas en el RMO en su etapa de simulación y etapa experimental. En las Figuras 5.12a y 5.12b se muestra el comportamiento tanto en posición y orientación en su etapa de simulación en el espacio Cartesiano y en las Figuras 5.12c y 5.12d se muestra el comportamiento tanto en posición y en su etapa experimental en el espacio Cartesiano, lo cual se observa que en las dos etapas se realiza el seguimiento de trayectoria muy similar a la propuesta.

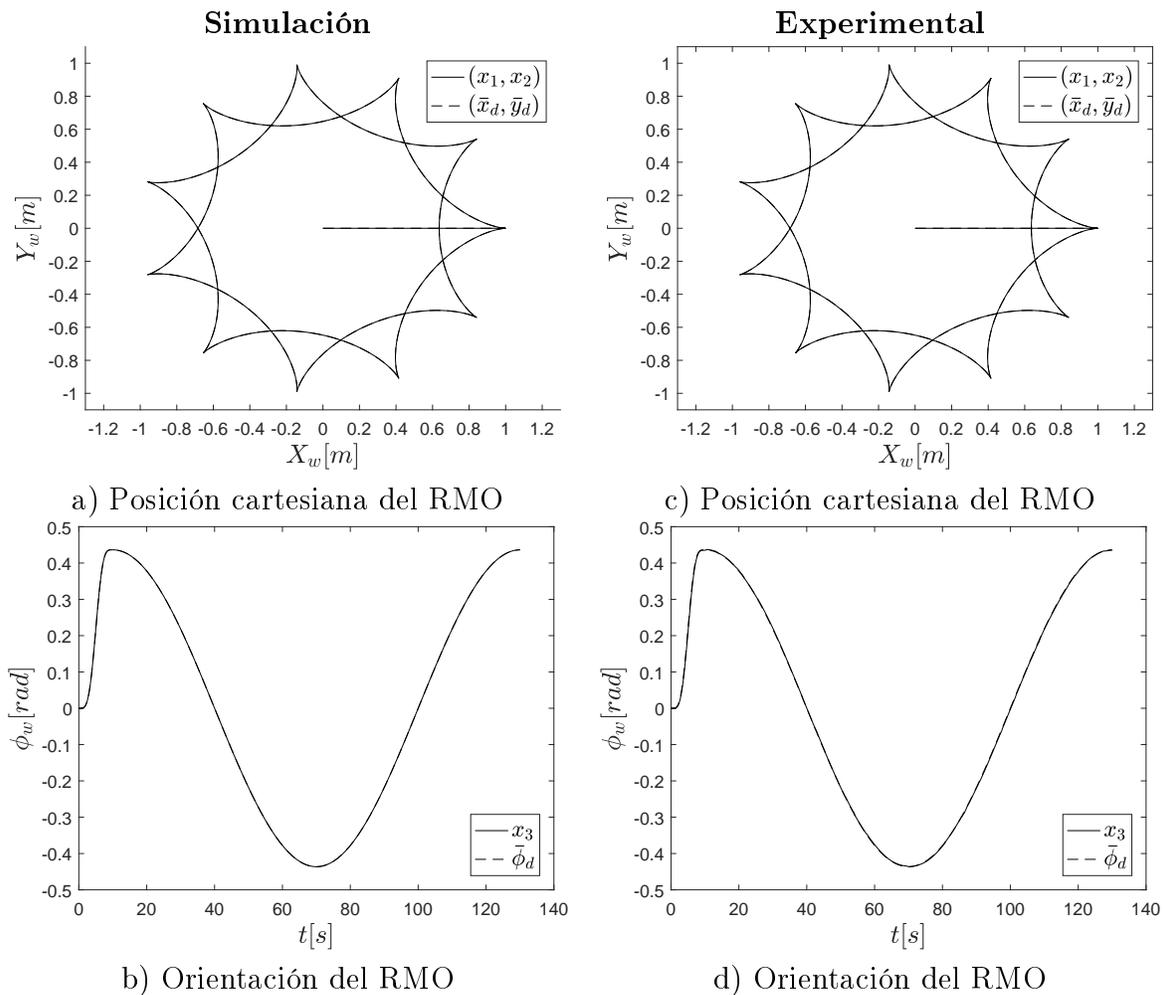


Figura 5.12: Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 25*” con ED-Current to Rand 1.

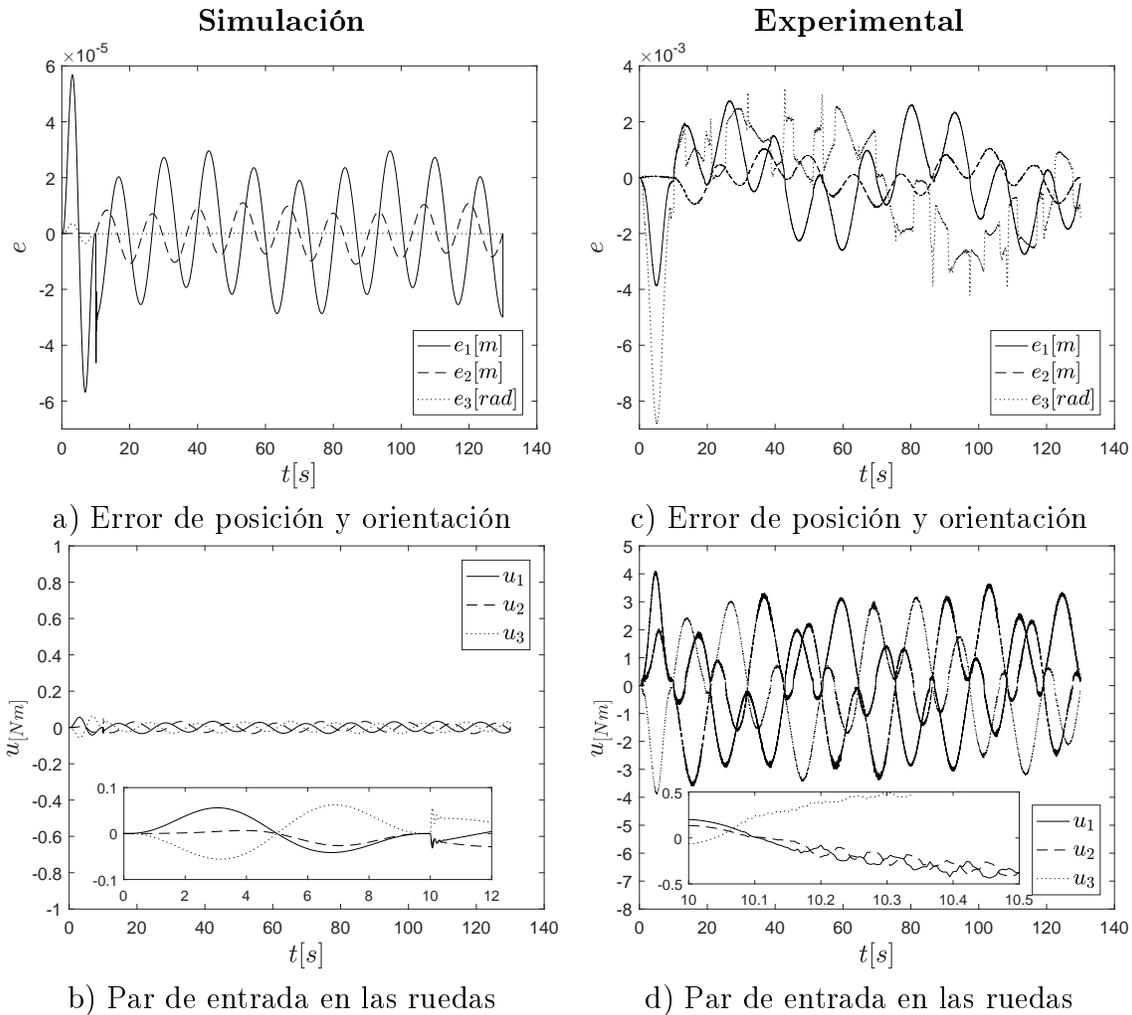


Figura 5.13: Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 25*” con ED-Current to Rand 1.

El error producido en la posición y orientación del RMO durante la ejecución de la tarea de seguimiento de trayectoria se observa en las Figuras 5.13a y 5.13c, donde para la etapa de simulación prevalece un menor error en comparación con la etapa experimental, esto se debe a las incertidumbres del sistema, tales como fricciones en elementos móviles, deslizamiento de las ruedas sobre la superficie etc.. En las Figuras 5.13b y 5.13d se muestra el comportamiento que tiene el par de entrada con respecto a cada rueda del RMO en la etapa de simulación y etapa experimental, lo cual se observa que el par de entrada en las ruedas está en el rango de 4 Nm , donde para el prototipo experimental con el que se trabaja el consumo de energía máximo es de 5 Nm para cada motor del RMO.

Resultados con ED - Current to Best 1

De la Tabla C.11 se logra identificar el mejor individuo por el algoritmo ED Current to Best 1 es proporcionada por la “*corrida 14*” resaltado de color negro, el cual tiene la mejor aptitud de todas las corridas realizadas ($\min(\bar{J})$) y además, en la Tabla C.12 se muestran las ganancias para el controlador correspondiente a cada corrida. Por último, en la Figura D.6 se visualiza la convergencia del mejor individuo hacia su valor óptimo encontrado.

Después de encontrar la mejor solución de los parámetros del controlador obtenidas mediante el algoritmo ED Current to Best 1 “*corrida 14*”, se procede a realizar pruebas en el RMO en su etapa de simulación y etapa experimental. En las Figuras 5.14a y 5.14b se muestra el comportamiento tanto en posición y orientación en su etapa de simulación en el espacio Cartesiano y en las Figuras 5.14c y 5.14d se muestra el comportamiento tanto en posición y en su etapa experimental en el espacio Cartesiano, lo cual se observa que en las dos etapas se realiza el seguimiento de trayectoria muy similar a la propuesta.

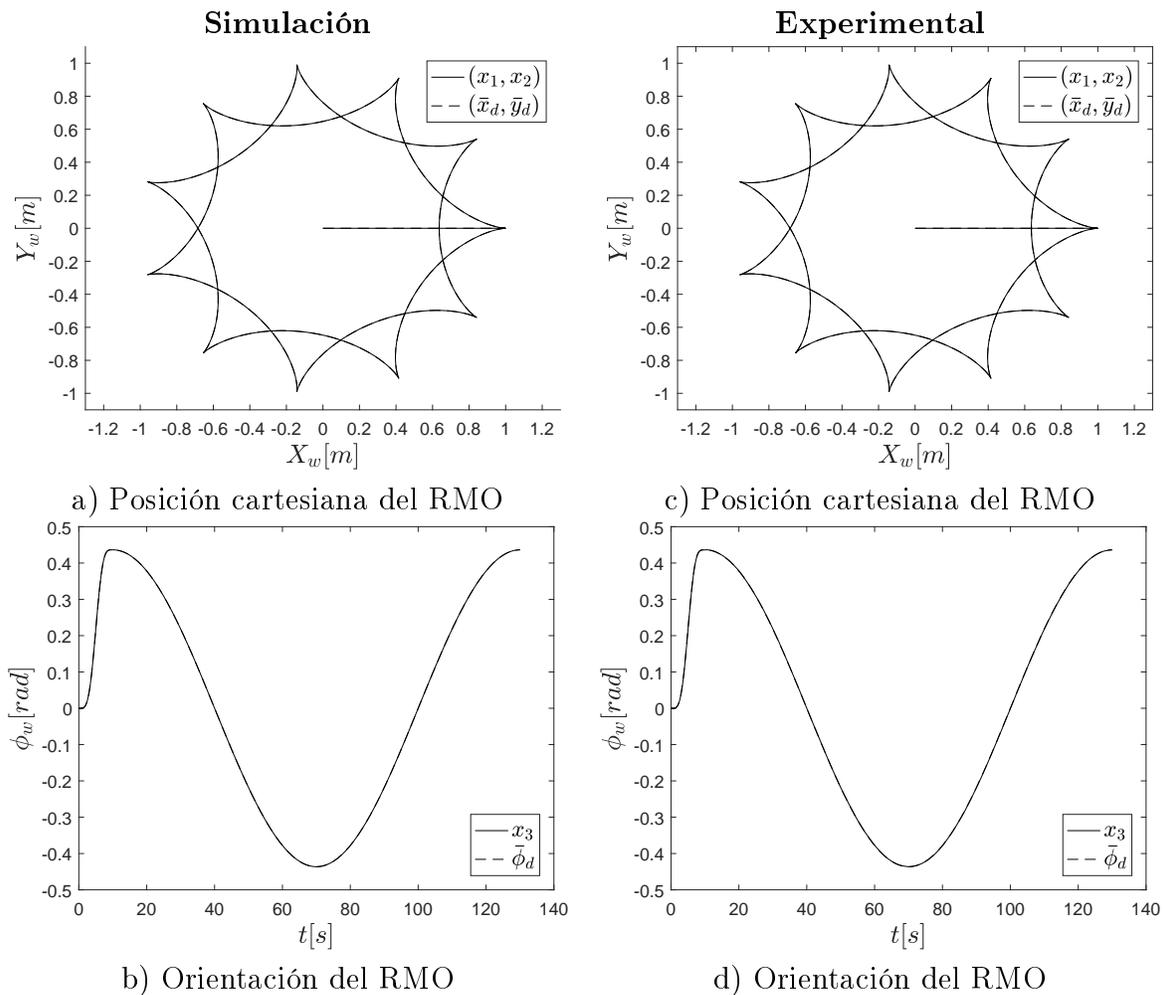


Figura 5.14: Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 14*” con ED-Current to Best 1.

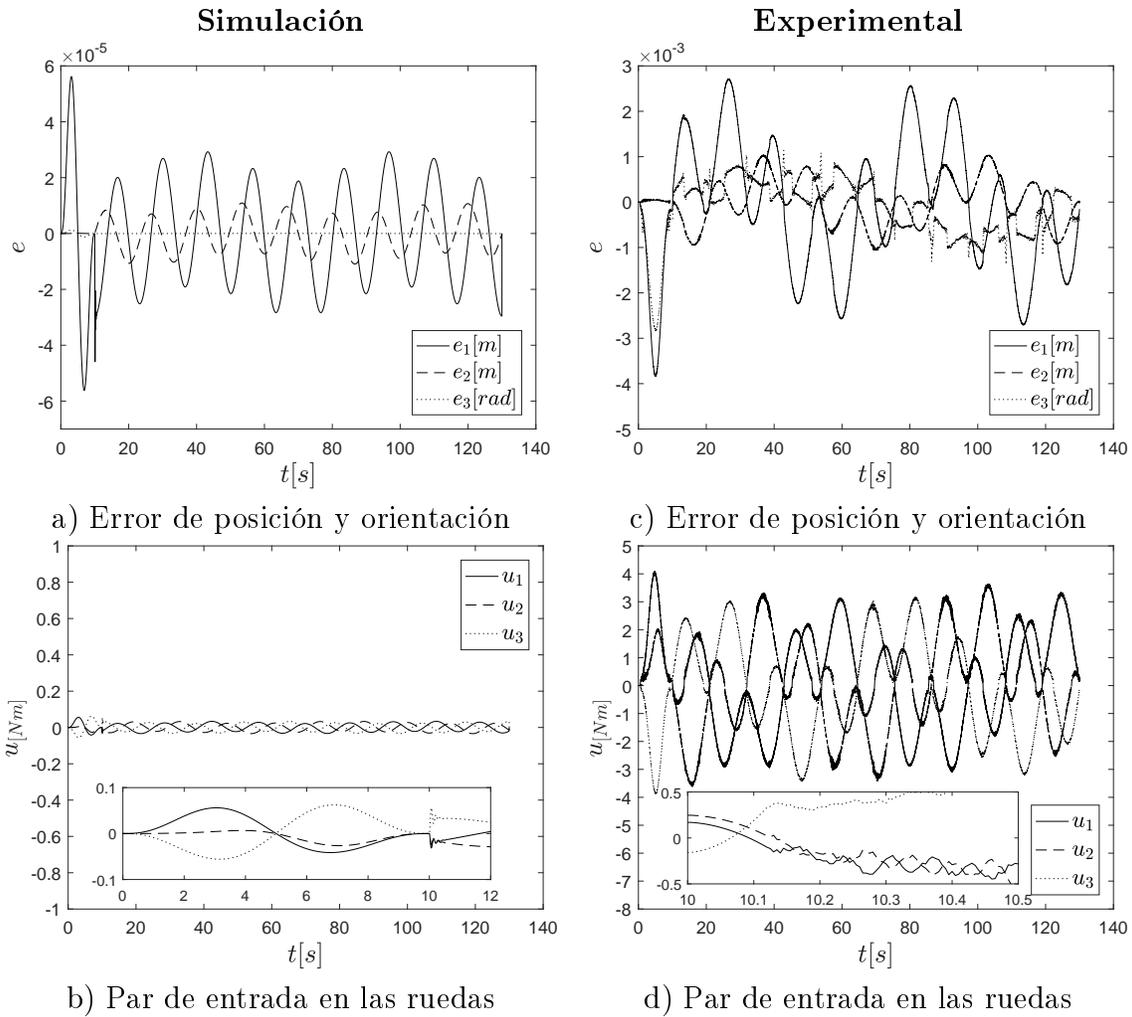


Figura 5.15: Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 14*” con ED-Current to Best 1.

El error producido en la posición y orientación del RMO durante la ejecución de la tarea de seguimiento de trayectoria se observa en las Figuras 5.15a y 5.15c, donde para la etapa de simulación prevalece un menor error en comparación con la etapa experimental, esto se debe a las incertidumbres del sistema, tales como fricciones en elementos móviles, deslizamiento de las ruedas sobre la superficie etc.. En las Figuras 5.15b y 5.15d se muestra el comportamiento que tiene el par de entrada con respecto a cada rueda del RMO en la etapa de simulación y etapa experimental, lo cual se observa que el par de entrada en las ruedas está en el rango de 4 Nm , donde para el prototipo experimental con el que se trabaja el consumo de energía máximo es de 5 Nm para cada motor del RMO.

Resultados con ED - Current to Rand 1 Bin

De la Tabla C.13 se logra identificar el mejor individuo por el algoritmo ED Current to Rand 1 Bin es proporcionada por la “*corrida 25*” resaltado de color negro, el cual tiene la mejor aptitud de todas las corridas realizadas ($\min(\bar{J})$) y además, en la Tabla C.14 se muestran las ganancias para el controlador correspondiente a cada corrida. Por último, en la Figura D.7 se visualiza la convergencia del mejor individuo hacia su valor óptimo encontrado.

Después de encontrar la mejor solución de los parámetros del controlador obtenidas mediante el algoritmo ED Current to Rand 1 Bin “*corrida 25*”, se procede a realizar pruebas en el RMO en su etapa de simulación y etapa experimental. En las Figuras 5.16a y 5.16b se muestra el comportamiento tanto en posición y orientación en su etapa de simulación en el espacio Cartesiano y en las Figuras 5.16c y 5.16d se muestra el comportamiento tanto en posición y en su etapa experimental en el espacio Cartesiano, lo cual se observa que en las dos etapas se realiza el seguimiento de trayectoria muy similar a la propuesta.

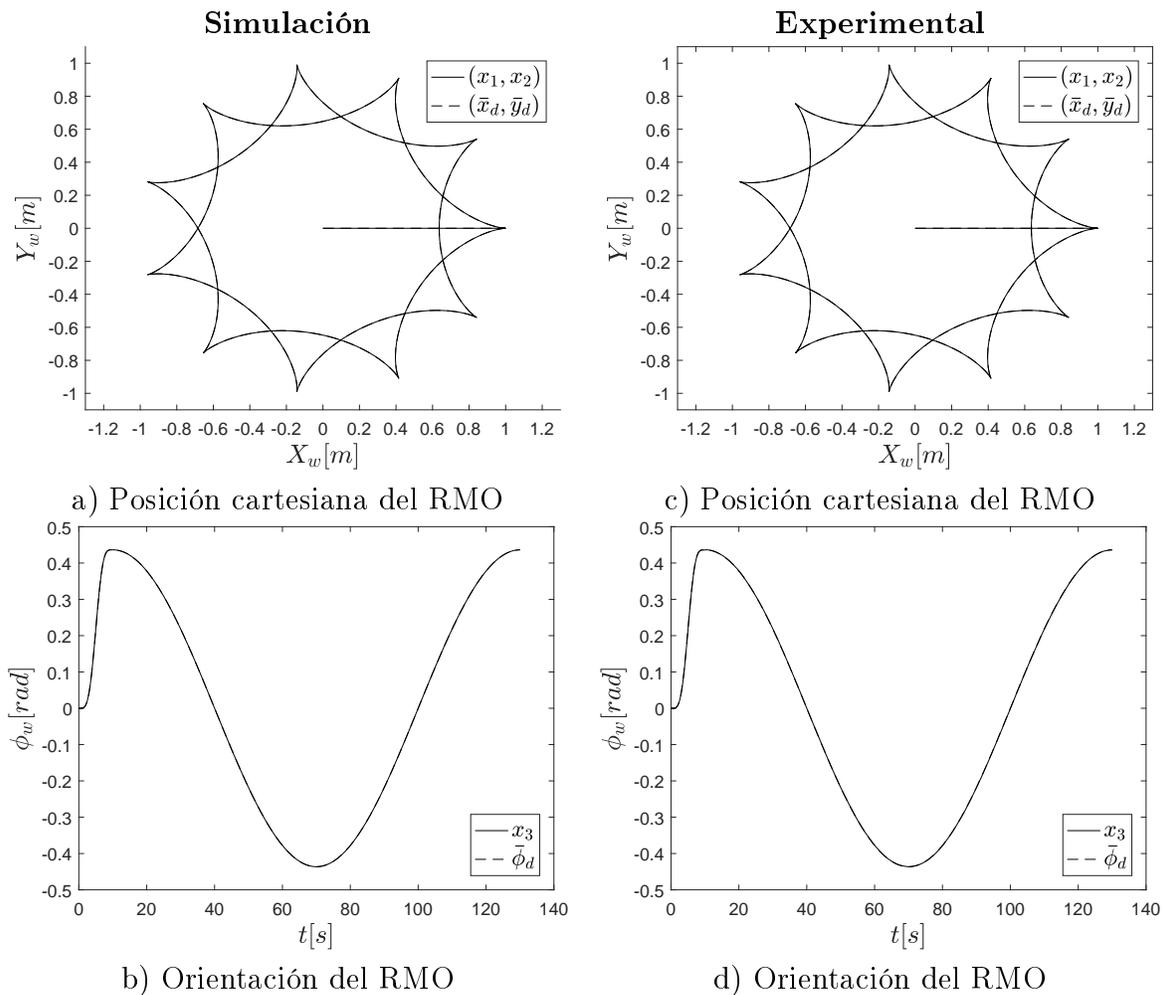


Figura 5.16: Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 25*” con ED-Current to Rand 1 Bin.

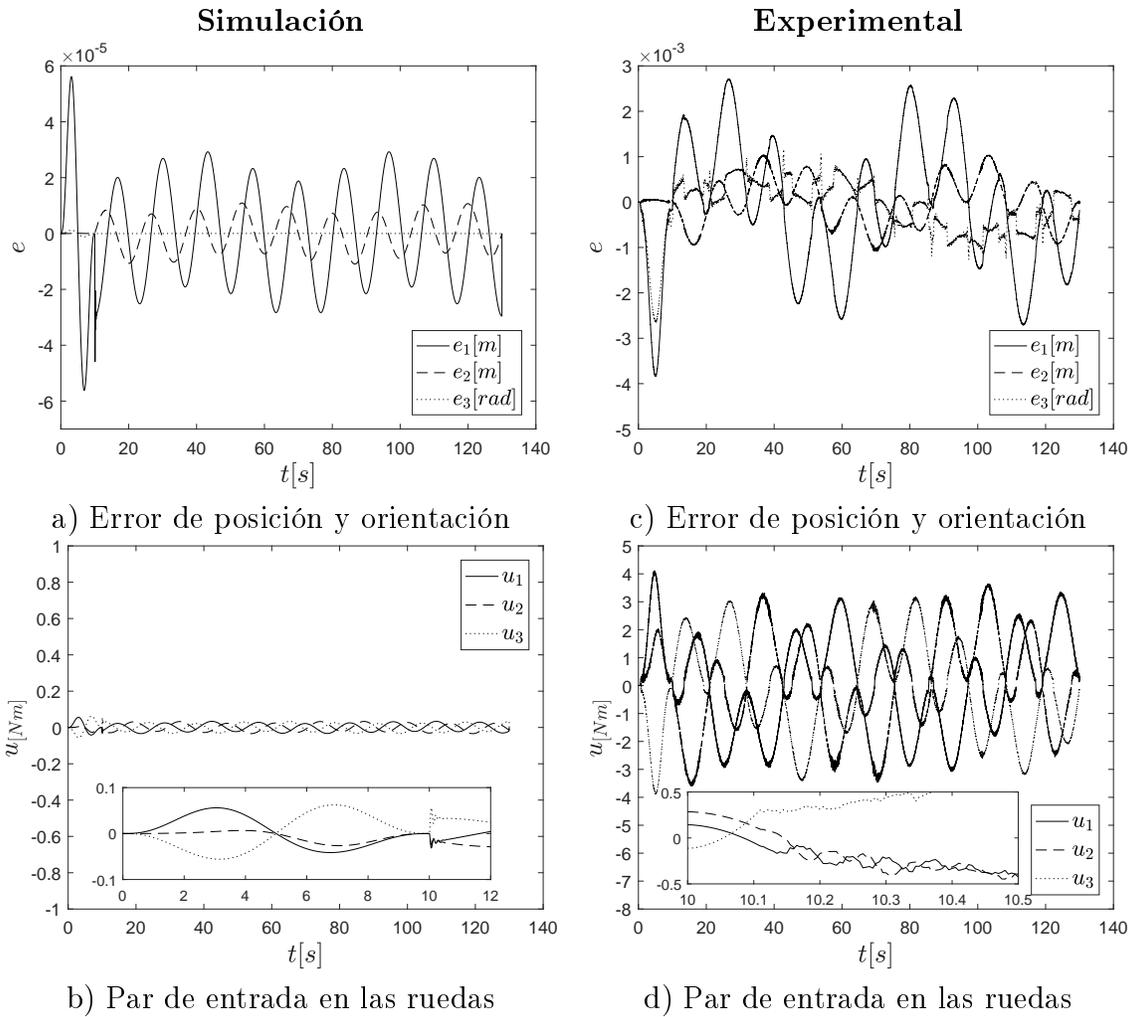


Figura 5.17: Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 25*” con ED-Current to Rand 1 Bin.

El error producido en la posición y orientación del RMO durante la ejecución de la tarea de seguimiento de trayectoria se observa en las Figuras 5.17a y 5.17c, donde para la etapa de simulación prevalece un menor error en comparación con la etapa experimental, esto se debe a las incertidumbres del sistema, tales como fricciones en elementos móviles, deslizamiento de las ruedas sobre la superficie etc.. En las Figuras 5.17b y 5.17d se muestra el comportamiento que tiene el par de entrada con respecto a cada rueda del RMO en la etapa de simulación y etapa experimental, lo cual se observa que el par de entrada en las ruedas está en el rango de 4 Nm , donde para el prototipo experimental con el que se trabaja el consumo de energía máximo es de 5 Nm para cada motor del RMO.

Resultados con ED - Current to Best 1 Bin

De la Tabla C.15 se logra identificar el mejor individuo por el algoritmo ED Current to Best 1 Bin es proporcionada por la “*corrida 23*” resaltado de color negro, el cual tiene la mejor aptitud de todas las corridas realizadas ($\min(\bar{J})$) y además, en la Tabla C.16 se muestran las ganancias para el controlador correspondiente a cada corrida. Por último, en la Figura D.8 se visualiza la convergencia del mejor individuo hacia su valor óptimo encontrado.

Después de encontrar la mejor solución de los parámetros del controlador obtenidas mediante el algoritmo ED Current to Best 1 Bin “*corrida 23*”, se procede a realizar pruebas en el RMO en su etapa de simulación y etapa experimental. En las Figuras 5.18a y 5.18b se muestra el comportamiento tanto en posición y orientación en su etapa de simulación en el espacio Cartesiano y en las Figuras 5.18c y 5.18d se muestra el comportamiento tanto en posición y en su etapa experimental en el espacio Cartesiano, lo cual se observa que en las dos etapas se realiza el seguimiento de trayectoria muy similar a la propuesta.

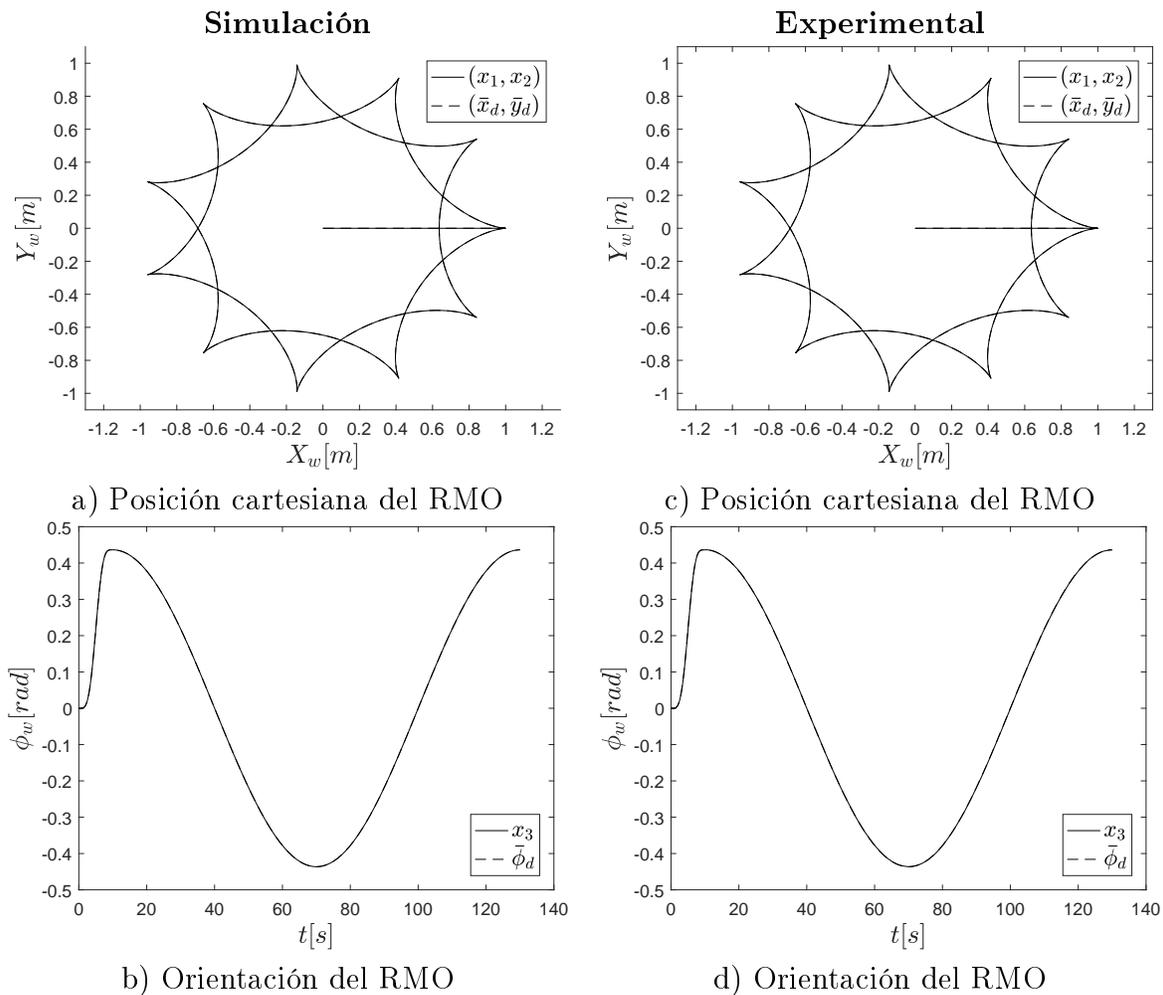


Figura 5.18: Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 23*” con ED-Current to Best 1 Bin.

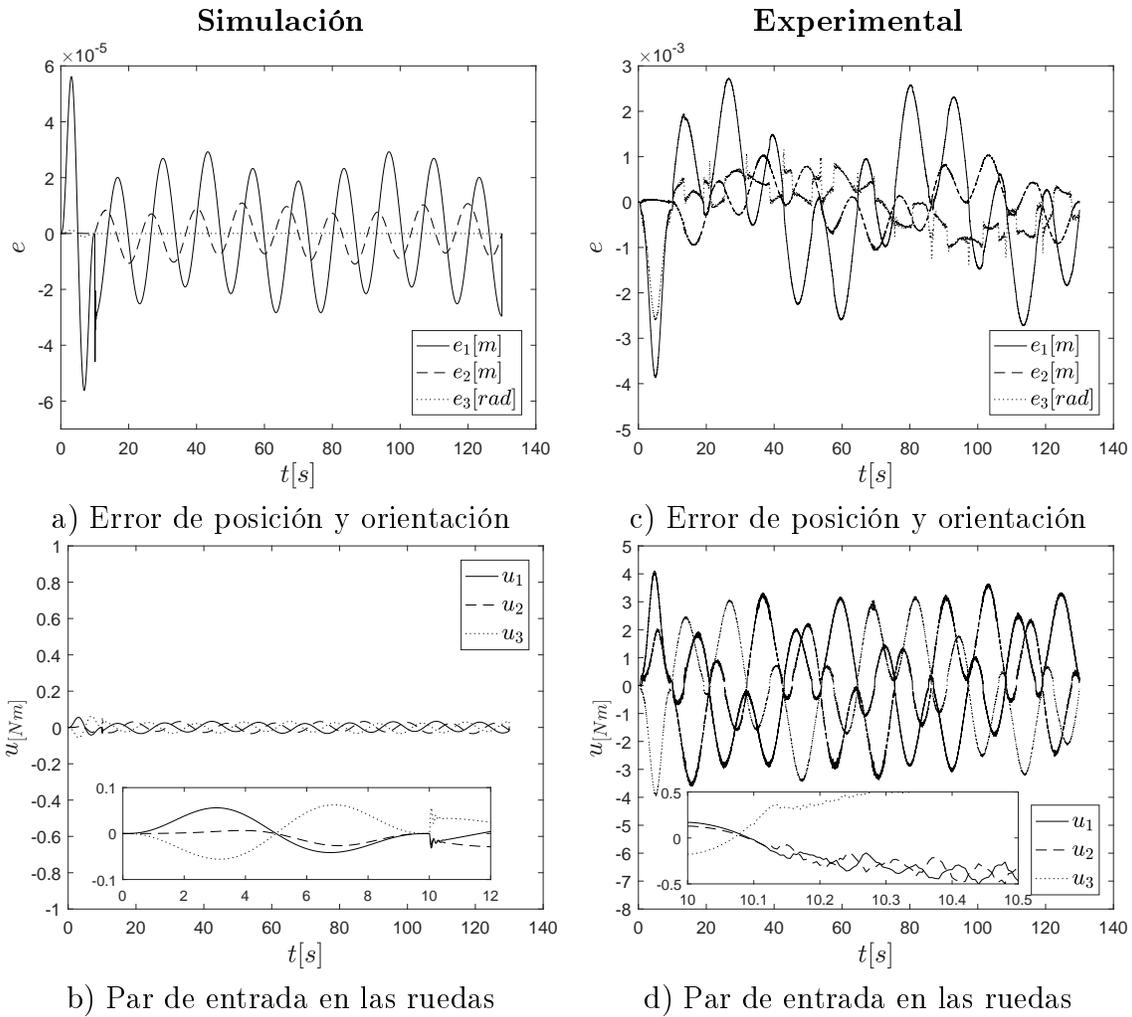


Figura 5.19: Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 23*” con ED-Current to Best 1 Bin.

El error producido en la posición y orientación del RMO durante la ejecución de la tarea de seguimiento de trayectoria se observa en las Figuras 5.19a y 5.19c, donde para la etapa de simulación prevalece un menor error en comparación con la etapa experimental, esto se debe a las incertidumbres del sistema, tales como fricciones en elementos móviles, deslizamiento de las ruedas sobre la superficie etc.. En las Figuras 5.19b y 5.19d se muestra el comportamiento que tiene el par de entrada con respecto a cada rueda del RMO en la etapa de simulación y etapa experimental, lo cual se observa que el par de entrada en las ruedas está en el rango de $4 Nm$, donde para el prototipo experimental con el que se trabaja el consumo de energía máximo es de $5 Nm$ para cada motor del RMO.

Resultados con PSO

De la Tabla C.17 se logra identificar la mejor partícula por el algoritmo PSO es proporcionada por la “*corrida 2*” resaltado de color negro, el cual tiene la mejor aptitud de todas las corridas realizadas ($\min(\bar{J})$) y además, en la Tabla C.18 se muestran las ganancias para el controlador correspondiente a cada corrida. Por último, en la Figura D.9 se visualiza la convergencia de la mejor partícula hacia su valor óptimo encontrado.

Después de encontrar la mejor solución de los parámetros del controlador obtenidas mediante el algoritmo PSO “*corrida 2*”, se procede a realizar pruebas en el RMO en su etapa de simulación y etapa experimental. En las Figuras 5.20a y 5.20b se muestra el comportamiento tanto en posición y orientación en su etapa de simulación en el espacio Cartesiano y en las Figuras 5.20c y 5.20d se muestra el comportamiento tanto en posición y en su etapa experimental en el espacio Cartesiano, lo cual se observa que en las dos etapas se realiza el seguimiento de trayectoria muy similar a la propuesta.

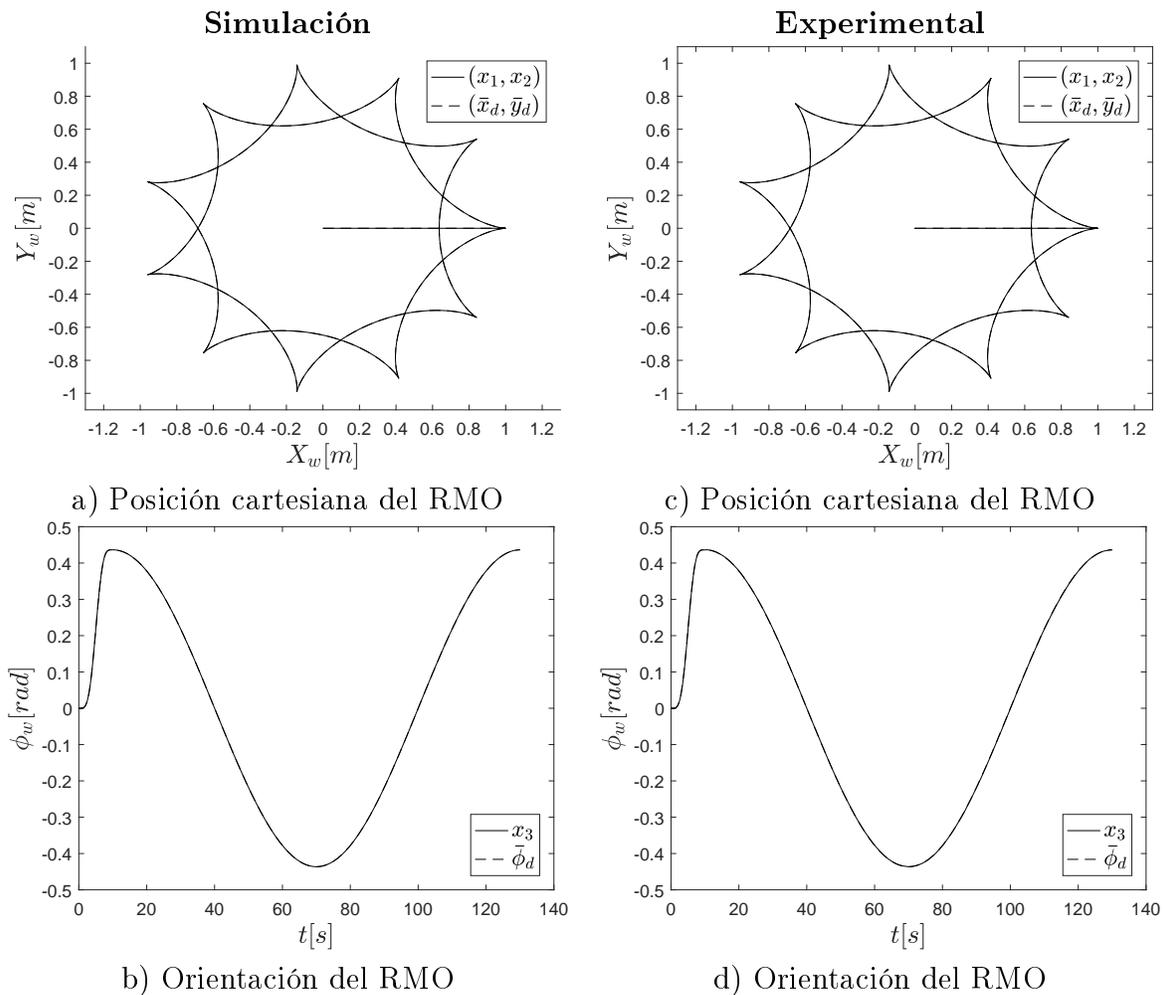


Figura 5.20: Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 2*” con PSO.

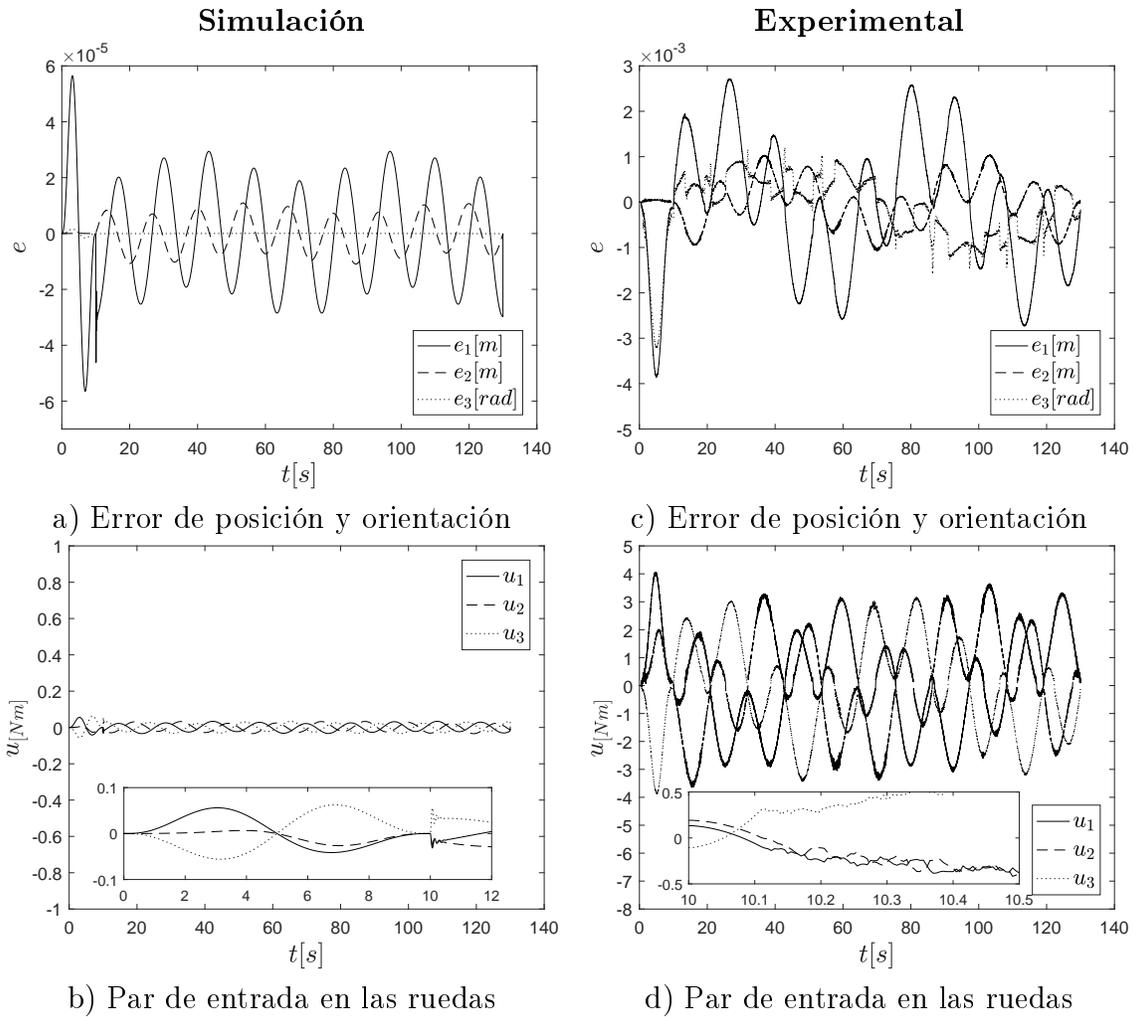


Figura 5.21: Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 2*” con PSO.

El error producido en la posición y orientación del RMO durante la ejecución de la tarea de seguimiento de trayectoria se observa en las Figuras 5.21a y 5.21c, donde para la etapa de simulación prevalece un menor error con comparación en la etapa experimental, esto se debe a las incertidumbres del sistema, tales como fricciones en elementos móviles, deslizamiento de las ruedas sobre la superficie etc.. En las Figuras 5.21b y 5.21d se muestra el comportamiento que tiene el par de entrada con respecto a cada rueda del RMO en la etapa de simulación y etapa experimental, lo cual se observa que el par de entrada en las ruedas está en el rango de 4 Nm , donde para el prototipo experimental con el que se trabaja el consumo de energía máximo es de 5 Nm para cada motor del RMO.

Resultados con BA

De la Tabla C.19 se logra identificar el mejor individuo por el algoritmo BA es proporcionada por la “*corrida 15*” resaltado de color negro, el cual tiene la mejor aptitud de todas las corridas realizadas ($\min(\bar{J})$) y además, en la Tabla C.20 se muestran las ganancias para el controlador correspondiente a cada corrida. Por último, en la Figura D.10 se visualiza la convergencia del mejor individuo hacia su valor óptimo encontrado.

Después de encontrar la mejor solución de los parámetros del controlador obtenidas mediante el algoritmo BA “*corrida 15*”, se procede a realizar pruebas en el RMO en su etapa de simulación y etapa experimental. En las Figuras 5.22a y 5.22b se muestra el comportamiento tanto en posición y orientación en su etapa de simulación en el espacio Cartesiano y en las Figuras 5.22c y 5.22d se muestra el comportamiento tanto en posición y en su etapa experimental en el espacio Cartesiano, lo cual se observa que en las dos etapas se realiza el seguimiento de trayectoria muy similar a la propuesta.

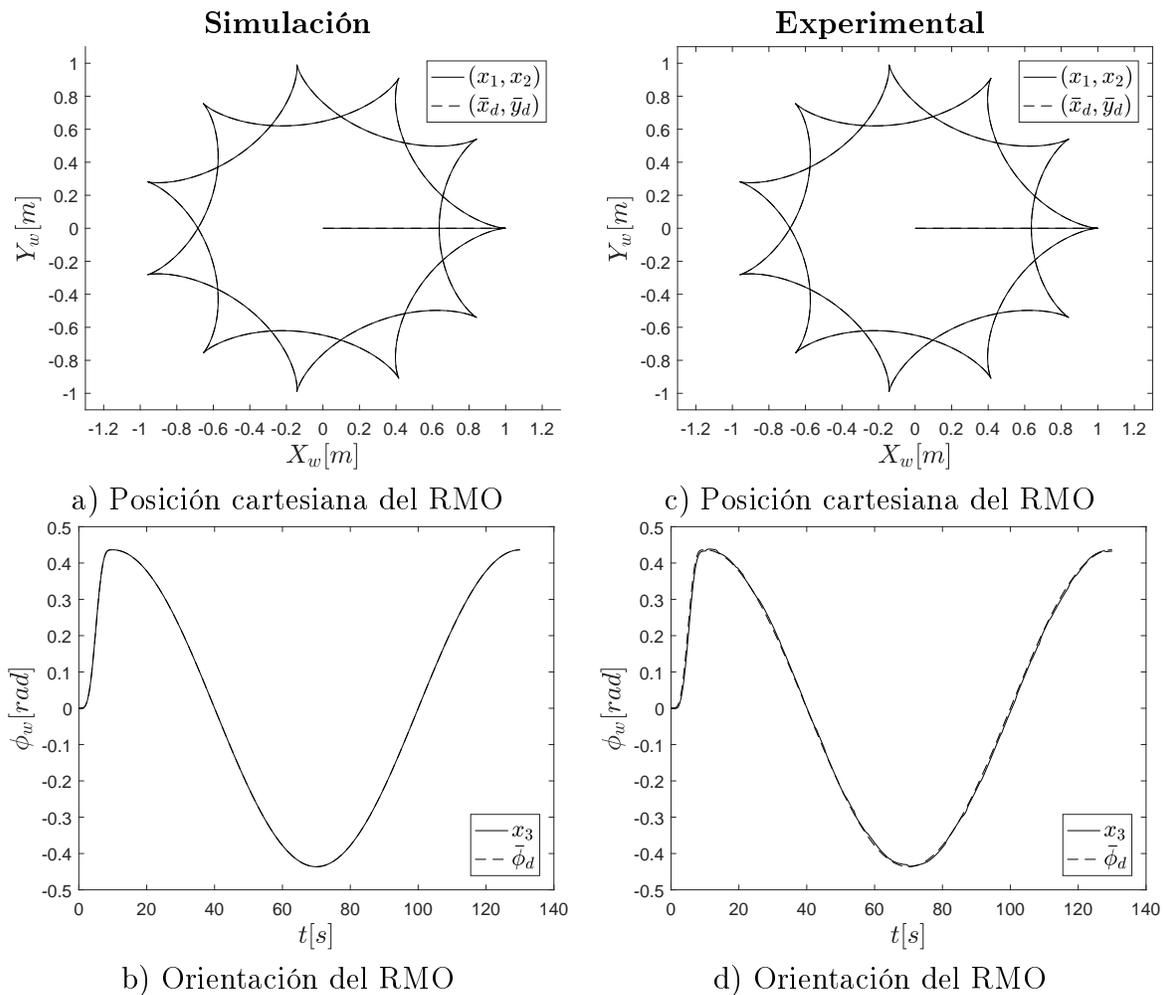


Figura 5.22: Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 15*” con BA.

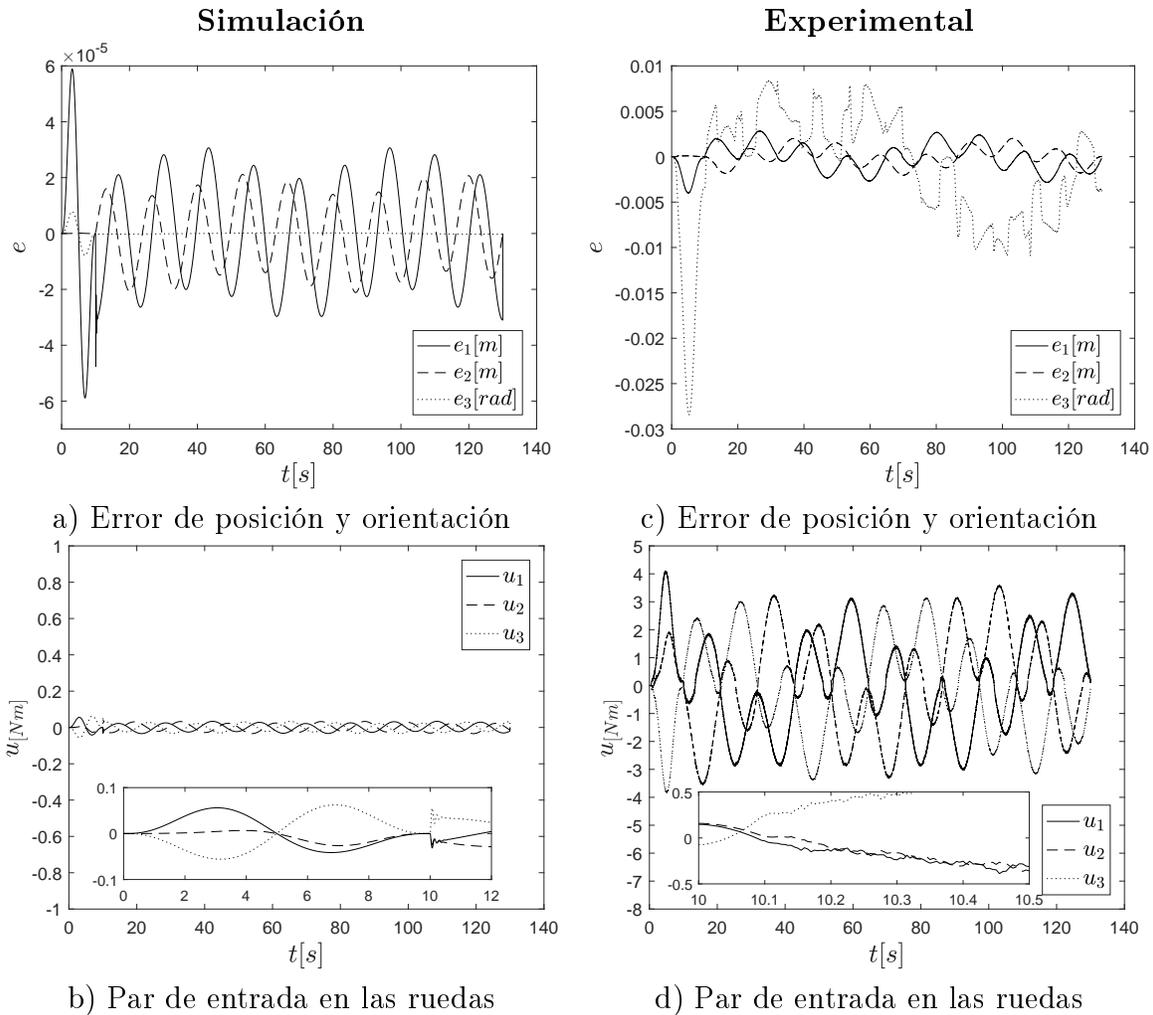


Figura 5.23: Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 15*” con BA.

El error producido en la posición y orientación del RMO durante la ejecución de la tarea de seguimiento de trayectoria se observa en las Figuras 5.23a y 5.23c, donde para la etapa de simulación prevalece un menor error en comparación con la etapa experimental, esto se debe a las incertidumbres del sistema, tales como fricciones en elementos móviles, deslizamiento de las ruedas sobre la superficie etc.. En las Figuras 5.23b y 5.23d se muestra el comportamiento que tiene el par de entrada con respecto a cada rueda del RMO en la etapa de simulación y etapa experimental, lo cual se observa que el par de entrada en las ruedas está en el rango de 4 Nm , donde para el prototipo experimental con el que se trabaja el consumo de energía máximo es de 5 Nm para cada motor del RMO.

Resultados con FA

De la Tabla C.21 se logra identificar el mejor individuo por el algoritmo FA es proporcionada por la “*corrida 16*” resaltado de color negro, el cual tiene la mejor aptitud de todas las corridas realizadas ($\min(\bar{J})$) y además, en la Tabla C.22 se muestran las ganancias para el controlador correspondiente a cada corrida. Por último, en la Figura D.11 se visualiza la convergencia del mejor individuo hacia su valor óptimo encontrado.

Después de encontrar la mejor solución de los parámetros del controlador obtenidas mediante el FA “*corrida 16*”, se procede a realizar pruebas en el RMO en su etapa de simulación y etapa experimental. En las Figuras 5.24a y 5.24b se muestra el comportamiento tanto en posición y orientación en su etapa de simulación en el espacio Cartesiano y en las Figuras 5.24c y 5.24d se muestra el comportamiento tanto en posición y en su etapa experimental en el espacio Cartesiano, lo cual se observa que en las dos etapas se realiza el seguimiento de trayectoria muy similar a la propuesta.

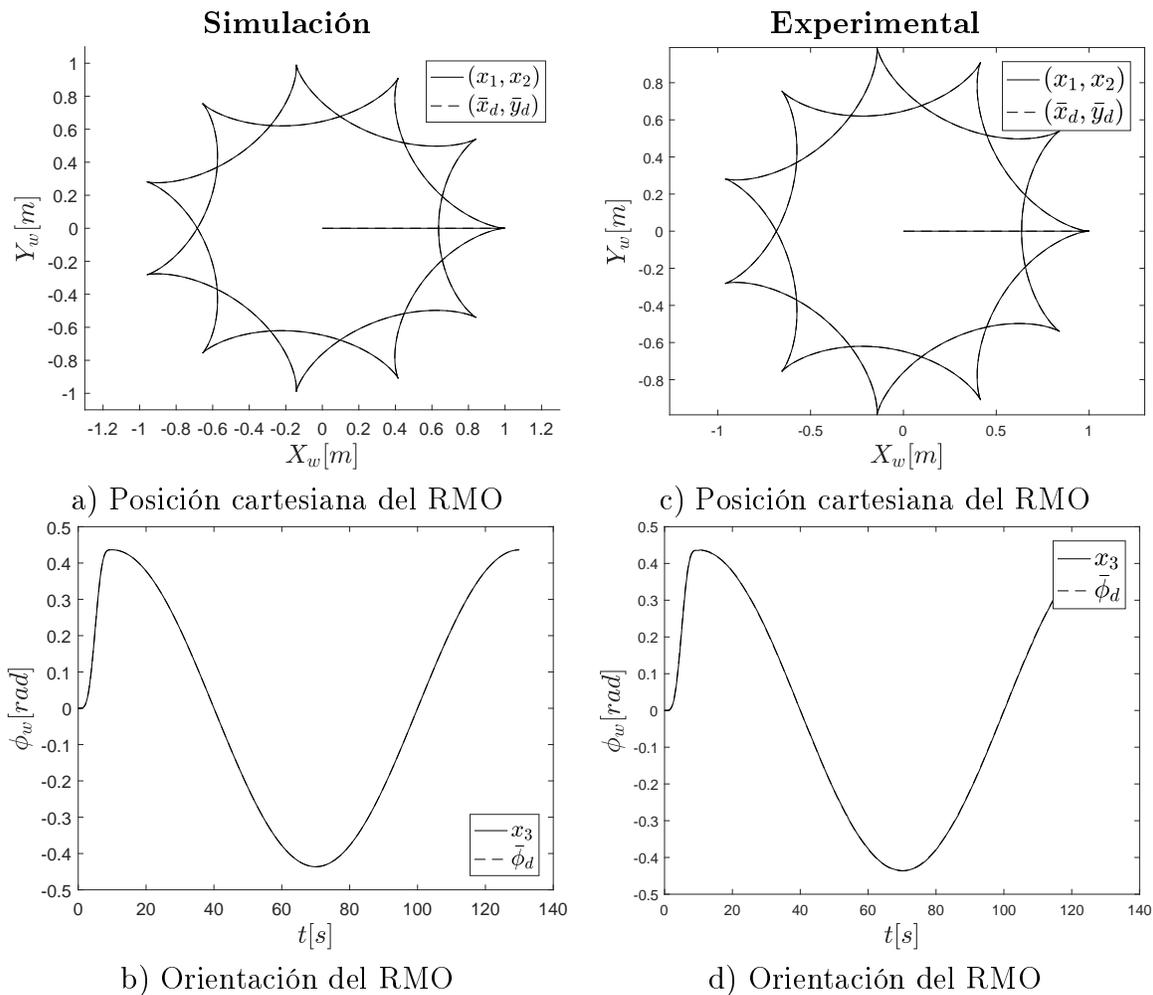


Figura 5.24: Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 16*” con FA.

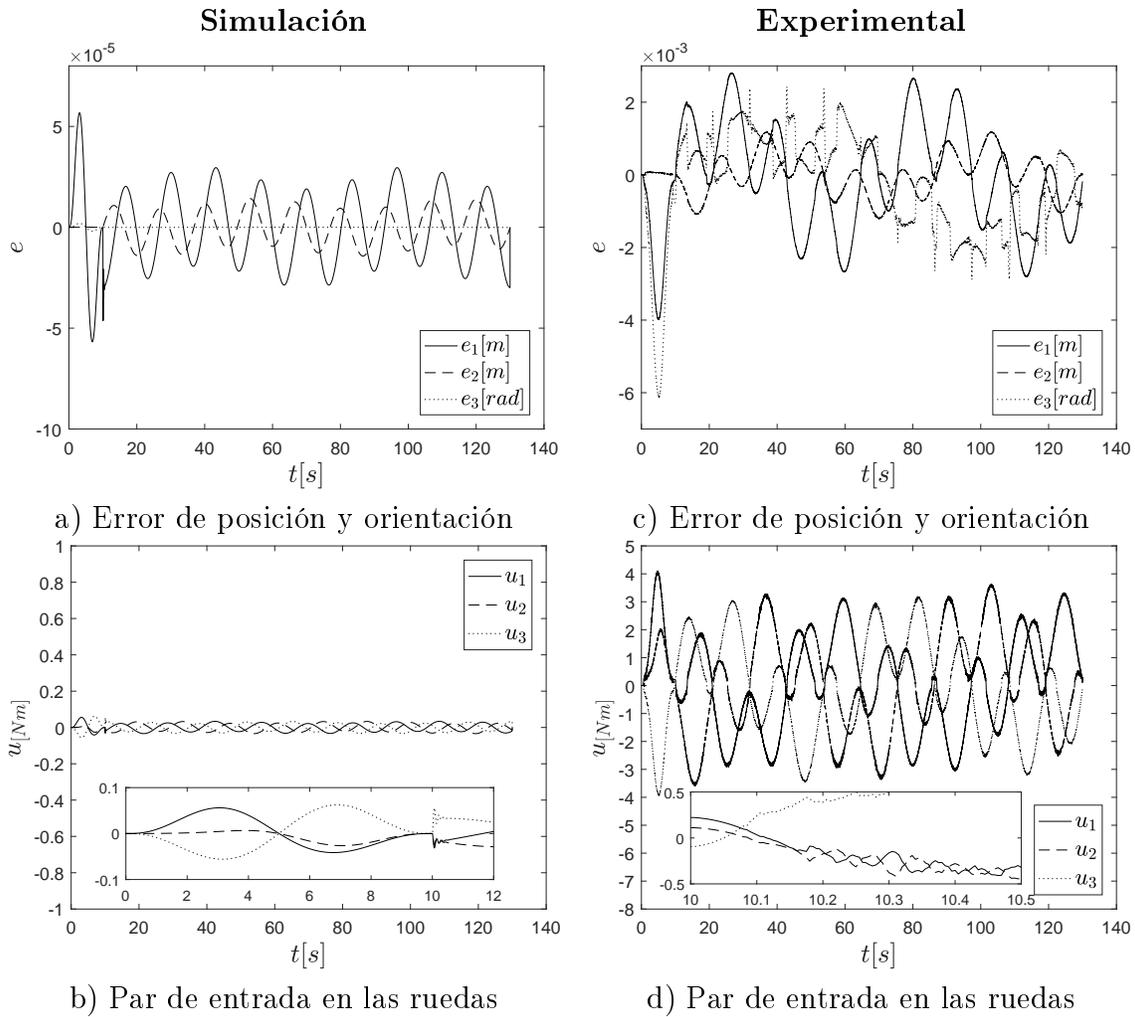


Figura 5.25: Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 16*” con FA.

El error producido en la posición y orientación del RMO durante la ejecución de la tarea de seguimiento de trayectoria se observa en las Figuras 5.25a y 5.25c, donde para la etapa de simulación prevalece un menor error con comparación en la etapa experimental, esto se debe a las incertidumbres del sistema, tales como fricciones en elementos móviles, deslizamiento de las ruedas sobre la superficie etc.. En las Figuras 5.25b y 5.25d se muestra el comportamiento que tiene el par de entrada con respecto a cada rueda del RMO en la etapa de simulación y etapa experimental, lo cual se observa que el par de entrada en las ruedas está en el rango de $4 Nm$, donde para el prototipo experimental con el que se trabaja el consumo de energía máximo es de $5 Nm$ para cada motor del RMO.

Resultados con SQP

A partir de la Tabla C.23 se logra identificar que la mejor solución por el algoritmo SQP es proporcionada por la “*corrida 68*” resaltado de color negro, el cual tiene la mejor aptitud de todas las corridas realizadas ($\min(\bar{J})$). En la Tabla C.24 se muestran las ganancias para el controlador correspondiente a cada corrida. Por último, en la Figura D.12 se visualiza la convergencia del mejor individuo hacia su valor óptimo encontrado.

Después de encontrar la mejor solución de los parámetros del controlador obtenidas mediante el algoritmo SQP “*corrida 68*”, se procede a realizar pruebas en el RMO en su etapa de simulación y etapa experimental. En las Figuras 5.26a y 5.26b se muestra el comportamiento tanto en posición y orientación en su etapa de simulación en el espacio Cartesiano y en las Figuras 5.26c y 5.26d se muestra el comportamiento tanto en posición y en su etapa experimental en el espacio Cartesiano, lo cual se observa que en las dos etapas se realiza el seguimiento de trayectoria muy similar a la propuesta.

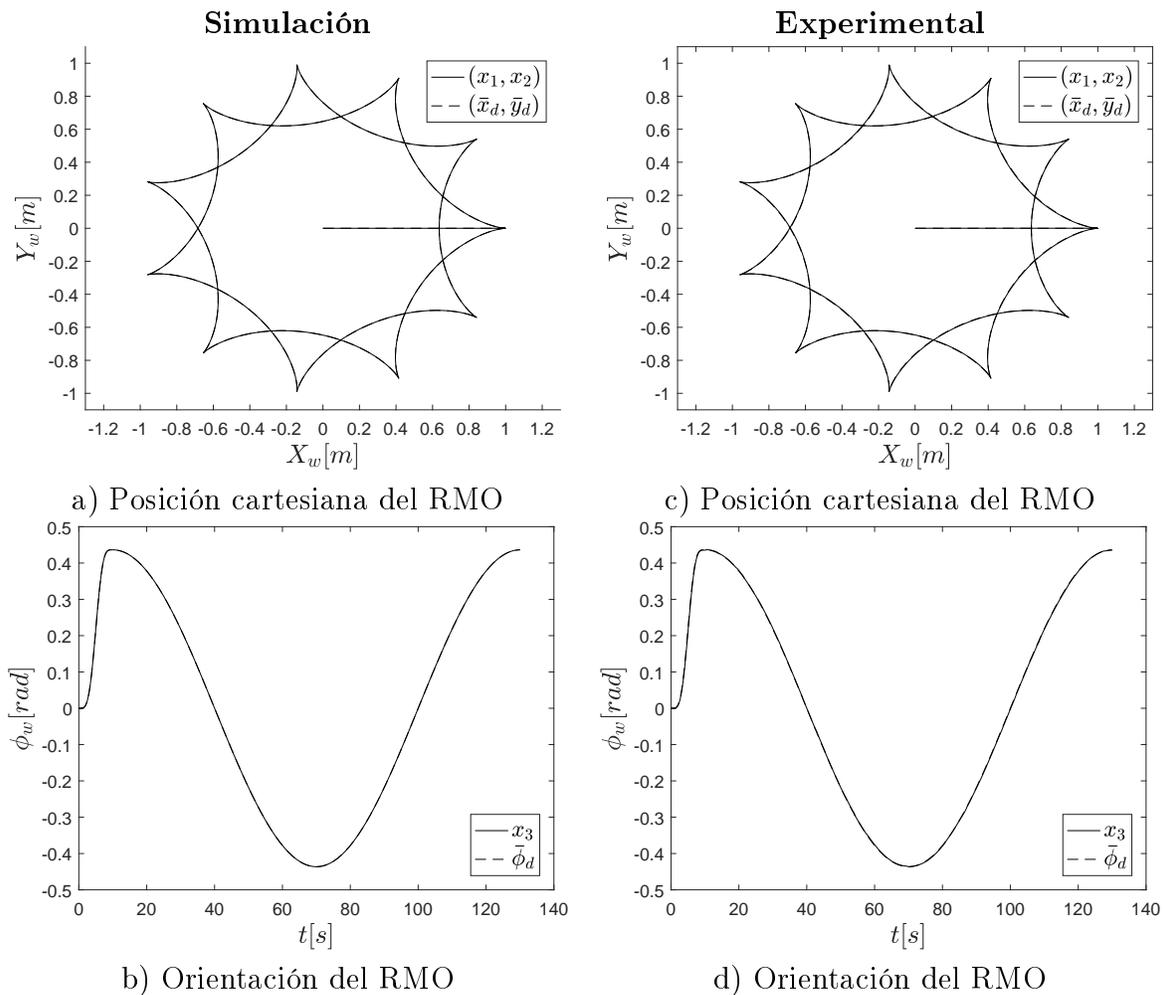


Figura 5.26: Comportamiento del RMO en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 68*” con SQP.

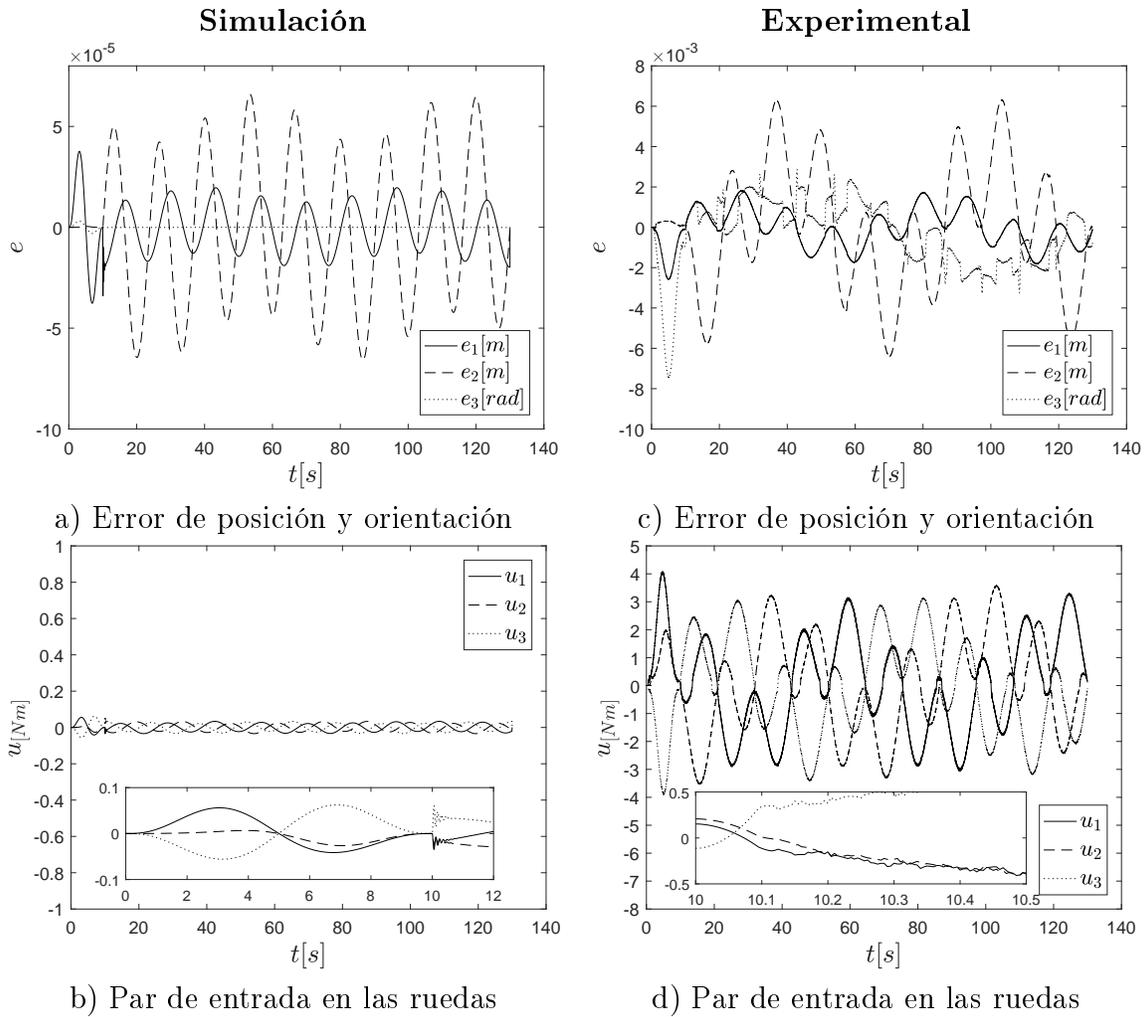


Figura 5.27: Señal de control y error producido en el seguimiento de trayectoria. Resultados en simulación “a)”, “b)” y resultados experimentales “c)”, “d)” con las ganancias óptimas obtenidas en la “*corrida 68*” con SQP.

El error producido en la posición y orientación del RMO durante la ejecución de la tarea de seguimiento de trayectoria se observa en las Figuras 5.27a y 5.27c, donde para la etapa de simulación prevalece un menor error con comparación en la etapa experimental, esto se debe a las incertidumbres del sistema, tales como fricciones en elementos móviles, deslizamiento de las ruedas sobre la superficie etc.. En las Figuras 5.27b y 5.27d se muestra el comportamiento que tiene el par de entrada con respecto a cada rueda del RMO en la etapa de simulación y etapa experimental, lo cual se observa que el par de entrada en las ruedas está en el rango de 4 Nm , donde para el prototipo experimental con el que se trabaja el consumo de energía máximo es de 5 Nm para cada motor del RMO.

Tabla 5.6: Valores de los errores en el seguimiento de trayectoria del RMO provocado por la mejor corrida obtenida de cada algoritmo.

Algoritmo	Corrida	Simulación		Experimental	
		$\ (\bar{x}_d, \bar{y}_d) - (x_1, x_2)\ [m]$	$\ (\bar{\phi}_d) - (x_3)\ [rad]$	$\ (\bar{x}_d, \bar{y}_d) - (x_1, x_2)\ [m]$	$\ (\bar{\phi}_d) - (x_3)\ [rad]$
ED Rand 1 Bin	20	1.85891264e-05	6.82415745e-08	1.32857579e-03	4.83493050e-04
ED Rand 1 Exp	21	1.85784149e-05	7.62421954e-08	1.32431443e-03	5.36506325e-04
ED Best 1 Bin	3	1.85892520e-05	6.79184915e-08	1.32633157e-03	4.75415213e-04
ED Best 1 Exp	14	1.85892677e-05	6.79105082e-08	1.33965485e-03	4.85313115e-04
ED Current to Rand 1	25	1.87928930e-05	2.03908994e-07	1.34347551e-03	1.64298792e-03
ED Current to Best 1	14	1.85905765e-05	7.00365795e-08	1.32627893e-03	5.14927132e-04
ED Current to Rand 1 Bin	25	1.85874759e-05	6.75921780e-08	1.32650231e-03	4.82303732e-04
ED Current to Best 1 Bin	23	1.85892752e-05	6.78955847e-08	1.33832777e-03	4.80178665e-04
PSO	2	1.86822226e-05	9.07619262e-08	1.33062869e-03	5.89963723e-04
BA	15	2.25080505e-05	4.51652592e-07	1.62284215e-03	5.20974208e-03
FA	16	1.97148132e-05	1.13569892e-07	1.40223358e-03	1.15578173e-03
SQP	68	3.68042721e-05	1.76354548e-07	2.77711983e-03	1.37669924e-03
Promedio		2.05324240e-05	1.28095061e-07	1.48219045e-03	1.11944266e-03

5.5.1. Análisis de errores de los resultados óptimos

Al realizar las pruebas con las ganancias óptimas se procedió a calcular el error producido en el RMO ante la trayectoria propuesta. En la Tabla 5.6 se muestran los errores tanto en posición y orientación en la etapa de simulación y etapa experimental, lo cual se obtiene calculando el promedio de la diferencia de todos los puntos de trayectoria propuesta ante el RMO (distancia Euclidiana). Para la etapa de simulación y experimental se observa que las ganancias óptimas proporcionadas por los algoritmos ED Best 1 Bin y ED Best 1 Exp, se encuentran entre los primeros cinco algoritmos que mejor se desempeñan en el seguimiento de la trayectoria propuesta (menor error en posición), y además, se observa que el algoritmo ED Rand 1 Exp supera con sus soluciones a los demás algoritmos. En la etapa experimental se muestra el mismo resultado que en simulación, los algoritmos ED Best 1 Bin y ED Best 1 Exp están dentro de los primeros cinco algoritmos con mejor desempeño. Por último, se observa en promedio un error producido en posición en el seguimiento de trayectoria esta debajo de un milímetro y el error producido en orientación esta por debajo de un miliradian, concluyendo satisfactoriamente que dichos parámetros del controlador proporcionados por los algoritmos cumplen con error aceptable en el seguimiento de trayectoria altamente no lineal.

En la Tabla 5.7 se muestra el consumo de energía por el RMO tanto en su etapa de simulación y su etapa experimental. Los resultados numéricos de la magnitud del vector de la señal de control u_i , muestran tanto en la etapa de simulación y en la etapa experimental un buen comportamiento en la minimización del consumo de energía, donde tratan de converger hacia el mismo valor. Asimismo, se observa que existe una gran discrepancia entre los valores de simulación y experimental, debido a que en la experimentación se desprecian fricciones y deslizamientos. También se puede concluir que estos resultados se deben a la asignación que se propuso en los parámetros de sumas ponderadas, ya que no existe una relación entre los objetivos a minimizar.

Tabla 5.7: Consumo de energía del sistema de control del RMO

<i>Algoritmo</i>	Simulación $\sum_{i=1}^3 \ u_i\ [Nm]$	Experimental $\sum_{i=1}^3 \ u_i\ [Nm]$
<i>ED Rand 1 Bin</i>	10.1355607814	840.2021448670
<i>ED Rand 1 Exp</i>	10.1355608274	838.6165525244
<i>ED Best 1 Bin</i>	10.1355607806	838.7938696234
<i>ED Best 1 Exp</i>	10.1355607805	844.1070659828
<i>ED Current to Rand 1</i>	10.1355613619	840.2445266129
<i>ED Current to Best 1</i>	10.1355607776	838.9593941895
<i>ED Current to Rand 1 Bin</i>	10.1355607869	839.2922380248
<i>ED Current to Best 1 Bin</i>	10.1355607805	843.6411868555
<i>PSO</i>	10.1355686345	838.4052254321
<i>BA</i>	10.1357730102	836.8735207000
<i>FA</i>	10.1356221488	843.0679541083
<i>SQP</i>	10.1370083385	839.7453565474

Conclusiones y trabajo a futuro

En este trabajo de tesis se ha presentado una solución para la búsqueda de las ganancias óptimas del sistema de control del RMO al problema propuesto de optimización dinámica fuera de línea, con el objetivo de realizar la tarea de seguimiento de una trayectoria altamente no lineal. Se pudo comprobar que implementando el método de sumas ponderadas dentro de una función objetivo, se requieren realizar una serie de pruebas de simulación para encontrar el mejor compromiso posible en la asignación de los parámetros del criterio de sumas ponderadas, esto conlleva que el diseñador debe asignar prioridad en la minimización del objetivo de mayor interés, siendo que para problemas triviales no exista alguna relación, sin embargo, se obtuvo buenos resultados con las ponderaciones propuestas.

Al realizar un estudio estadístico no paramétrico comparativo entre el desempeño de dos algoritmos, se debe considerar la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon más apropiada, ya que esta conclusión de que un algoritmo es mejor que otro dependerá de dicha selección. Para este caso de estudio se utilizó la prueba de “lado izquierdo”, con el fin de garantizar una victoria cuando un algoritmo compite contra otro algoritmo con sus respectivas muestras obtenidas. De tal forma, que el algoritmo ED Best 1 Bin y ED Best 1 Exp obtienen nueve victorias ante los demás algoritmos, mostrando que son los dos mejores algoritmos para la búsqueda de las ganancias del controlador PD del RMO.

En el comportamiento de la convergencia de las mejores soluciones óptimas encontradas por los algoritmos propuestos, se observa que los individuos con mayor rapidez de convergencia hacia el valor óptimo, se obtienen con las variantes del algoritmo ED Best 1 Bin, ED Best 1 Exp y ED Current to Best 1, ya que al implementar el operador de mutación, seleccionan al mejor individuo de la población en cada iteración. Por lo cual, muestran un mejor desempeño en la búsqueda de los parámetros del controlador PD.

Al realizar el análisis de los resultados óptimos, se visualiza que todas las soluciones óptimas obtenidas por los algoritmos propuestos, cumplen con la tarea de seguimiento de trayectoria altamente no lineal. Mostrando un buen comportamiento tanto en la etapa de simulación y la etapa experimental muy similar a la propuesta, con un error promedio menor a un milímetro.

Las técnicas estocásticas son una buena herramienta computacional para la búsqueda de mejores soluciones, ya que sus comportamientos se inspiran de la naturaleza (biológica, social, cultural, etc.), lo cual les permite reducir el tiempo de cómputo al no requerir el cálculo de la primera derivada de la función objetivo. Dichos algoritmos no garantizan una solución óptima al problema planteado, pero pueden encontrar una buena aproximación de dicha solución. Al resolver POD con técnicas deterministas con base en el gradiente, se observa que requiere una buena aproximación a la solución óptima la condición inicial del algoritmo, donde en problemas reales no se conoce a priori una aproximación de la solución óptima, haciendo que dichas técnicas no sean una solución confiable.

Se observó que, al plantear un problema de optimización dinámica en la búsqueda de los parámetros de los controladores en sistemas mecatrónicos, se observa mucho potencial tanto en el sector industrial y de investigación, ya que es posible utilizar controladores lineales en sistemas no lineales con un mínimo error de referencia, reduciendo costos de producción y tiempo en la ejecución de tareas propuestas por el diseñador.

6.1. Perspectivas de trabajo a futuro

Como posibles trabajos a futuros se contemplan los siguientes puntos:

- Implementación del modelo dinámico de los motores con el fin de mejorar los resultados obtenidos en esta tesis y reducir el área de búsqueda de los límites p_{min} y p_{max} .
- Resolver el problema de sintonización óptima de las ganancias del sistema de control del RMO con metodologías multi-objetivo, con el fin de buscar un mejor compromiso de los objetivos propuestos.
- Diseño óptimo del controlador PD con diferentes trayectorias con el fin de validar el POD propuesto en esta tesis para la tarea de seguimiento.

Bibliografía

- [1] Ramón Silva Ortigoza, JR García Sánchez, VR Barrientos Sotelo, and Molina Vilchis. Una panorámica de los robots móviles.
- [2] Giovanni Bermudez. Robots móviles. teoría, aplicaciones y experiencias. *Revista Tecnura*, 5(10):6–27, 2002.
- [3] A Bañó Azcón. Análisis y diseño del control de posición de un robot móvil con tracción diferencial hola. *Escola Tecnica Superior Enginyeria, Universitat Povira, Departament D'enginyeria Electronica Electrica I Automtica. I Virgili*, 2003.
- [4] Aguilera Hernández Martha, A Bautista Miguel, and Iruegas Joaquín. Diseño y control de robots móviles. *Instituto Tecnológico de Nuevo Laredo*, 2007.
- [5] Pedro Albertos. Lights and shadows of the intelligent control. In *Control Conference (ECC), 2007 European*, pages 4440–4441, 2007.
- [6] Joan Vallvé and Juan Andrade-Cetto. Potential information fields for mobile robot exploration. *Robotics and Autonomous Systems*, 69:68–79, 2015.
- [7] Yuanshen Zhao, Liang Gong, Chengliang Liu, and Yixiang Huang. Dual-arm robot design and testing for harvesting tomato in greenhouse. *IFAC-PapersOnLine*, 49(16):161–165, 2016.
- [8] Tianran Peng, Jun Qian, Bin Zi, Jiakui Liu, and Xingwei Wang. Mechanical design and control system of an omni-directional mobile robot for material conveying. *Procedia CIRP*, 56:412–415, 2016.
- [9] Fernando Díaz del Río. Análisis y evaluación del control de un robot móvil: Aplicación a sillas de ruedas eléctricas. 1997.
- [10] José Baca, Prithvi Pagala, Claudio Rossi, and Manuel Ferre. Modular robot systems towards the execution of cooperative tasks in large facilities. *Robotics and Autonomous Systems*, 66:159–174, 2015.
- [11] Roberto Carlo Ponticelli Lima. *Sistema de exploración de terrenos con robots móviles: aplicación en tareas de detección y localización de minas antipersonas*. Universidad Complutense de Madrid, Servicio de Publicaciones, 2011.
- [12] Hassan K Khalil. *Nonlinear Control*. Prentice Hall, 2014.

- [13] Gilberto Reynoso-Meza, Javier Sanchis, Xavier Blasco, and Miguel Martínez. Algoritmos evolutivos y su empleo en el ajuste de controladores del tipo pid: Estado actual y perspectivas. *Revista Iberoamericana de Automática e Informatica Industrial RIAI*, 10(3):251–268, 2009.
- [14] Miguel G Villarreal-Cervantes. Control pid robusto de un robot manipulador con base en un problema de optimización dinámica. In *XVI Latinamerican Control Conference*, pages 1428–1434, 2014.
- [15] Miguel G Villarreal-Cervantes and Jaime Alvarez-Gallegos. Off-line pid control tuning for a planar parallel robot using de variants. *Expert Systems with Applications*, 64:444–454, 2016.
- [16] Gilberto Reynoso-Meza, Javier Sanchis, Xavier Blasco, and Roberto Z Freire. Evolutionary multi-objective optimisation with preferences for multivariable {PI} controller tuning. *Expert Systems with Applications*, 51:120–133, 2016.
- [17] Gilberto Reynoso-Meza, Javier Sanchis, Xavier Blasco, and Miguel Martínez. Preference driven multi-objective optimization design procedure for industrial controller tuning. *Information Sciences*, 339:108–131, 2016.
- [18] Leandro dos Santos Coelho and Marcelo Wicthoff Pessôa. A tuning strategy for multivariable {PI} and {PID} controllers using differential evolution combined with chaotic zaslavskii map. *Expert Systems with Applications*, 38(11):13694–13701, 2011.
- [19] Jianhua Zhang and Shaozeng Yang. An incremental-pid-controlled particle swarm optimization algorithm for eeg-data-based estimation of operator functional state. *Biomedical Signal Processing and Control*, 14:272–284, 2014.
- [20] Mirza Muhammad Sabir and Tariq Ali. Optimal {PID} controller design through swarm intelligence algorithms for sun tracking system. *Applied Mathematics and Computation*, 274:690–699, 2016.
- [21] Miguel G Villarreal-Cervantes. Control pid robusto de un robot manipulador con base en un problema de optimización dinámica. In *XVI Latinamerican Control Conference*, pages 1428–1434, 2014.
- [22] Saleh Algoul, Mohammad S Alam, M Alamgir Hossain, and M AA Majumder. Multi-objective optimal chemotherapy control model for cancer treatment. *Medical and Biological Engineering and Computing*, 49(1):51–65, 2011.
- [23] Miguel G Villarreal-Cervantes, Carlos A Cruz-Villar, Jaime Alvarez-Gallegos, and Edgar A Portilla-Flores. Differential evolution techniques for the structure-control design of a five-bar parallel robot. *Engineering Optimization*, 42(6):535–565, 2010.
- [24] Miguel G. Villarreal-Cervantes, Carlos Alberto Cruz-Villar, and Jaime Alvarez-Gallegos. Synergetic structure-control design via a hybrid gradient-evolutionary algorithm. *Optimization and Engineering*, 16(3):511–539, 2014.
- [25] Peter J Fleming and Robin C Purshouse. Evolutionary algorithms in control systems engineering: a survey. *Control Engineering Practice*, 10(11):1223–1241, 2002.

- [26] Gilberto Reynoso-Meza, Xavier Blasco, Javier Sanchis, and Miguel Martínez. Controller tuning using evolutionary multi-objective optimisation: Current trends and applications. *Control Engineering Practice*, 28:58–73, 2014.
- [27] António E. Ruano, Shuzhi Sam Ge, Thierry Marie Guerra, Frank L. Lewis, Jose C. Principe, and Matjaz Colnaric. Computational intelligence in control. *Annual Reviews in Control*, 38(2):233–242, 2014.
- [28] Wei-Der Chang and Shun-Peng Shih. Pid controller design of nonlinear systems using an improved particle swarm optimization approach. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 15(11):3632–3639, 2010.
- [29] Wei-Der Chang and Shun-Peng Shih. {PID} controller design of nonlinear systems using an improved particle swarm optimization approach. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 15(11):3632–3639, 2010.
- [30] Tamara Jiménez, Noemí Merayo, Anaís Andrés, Ramón J Durán, Juan C Aguado, Ignacio de Miguel, Patricia Fernandez, Rubén M Lorenzo, and Evaristo J Abril. An auto-tuning pid control system based on genetic algorithms to provide delay guarantees in passive optical networks. *Expert Systems with Applications*, 42(23):9211–9220, 2015.
- [31] Helon Vicente Hultmann Ayala and Leandro dos Santos Coelho. Tuning of {PID} controller based on a multiobjective genetic algorithm applied to a robotic manipulator. *Expert Systems with Applications*, 39(10):8968–8974, 2012.
- [32] Gorazd Karer and Igor Škrjanc. Interval-model-based global optimization framework for robust stability and performance of {PID} controllers. *Applied Soft Computing*, 40:526–543, 2016.
- [33] David H Wolpert and William G Macready. No free lunch theorems for optimization. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 1(1):67–82, 1997.
- [34] Miguel G Villarreal-Cervantes. Modelo cinemático y dinámico del robot móvil (3,0). Technical report, CIDETEC-IPN, 2015.
- [35] Miguel G "Villarreal-Cervantes. Optimización en ingeniería (introducción). Technical report, CIDETEC-IPN, 2017.
- [36] JS Pantoja-García, MG Villarreal-Cervantes, JC González-Robles, and G Sepúlveda Cervantes. Síntesis óptima de un mecanismo para la marcha bípeda utilizando evolución diferencial. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 33(1):138–153, 2017.
- [37] Carlos Ricardo Ricaño Rea. Sintonización óptima del sistema de control de un manipulador utilizando algoritmos metaheurísticos. Master's thesis, CIDETEC, 2016.
- [38] Daniel De-la Cruz-Muciño, Miguel Gabriel Villarreal-Cervantes, and Edgar A Portilla-Flores. Diseño de un manipulador móvil con energía mecánica óptima usando evolución diferencial. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 31(4):257–267, 2015.

- [39] Kalyanmoy Deb. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons, 2001.
- [40] Omar Serrano-Pérez, Miguel G Villarreal-Cervantes, and Juan C González-Robles. Sintonización del controlador pd aplicando el método de quasi-newton para un robot móvil omnidireccional. *Congreso Nacional de Control Automático*, 2016.
- [41] Carlos A Coello Coello. Introducción a la computación evolutiva (notas de curso). *CINVESTAV-IPN, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección de Computación. México, DF*, 2014.
- [42] Stelios H Zanakis and James R Evans. Heuristic “optimization”: Why, when, and how to use it. *Interfaces*, 11(5):84–91, 1981.
- [43] Sadiq M Sait and Habib Yousef. *Iterative computer algorithms with applications in engineering: solving combinatorial optimization problems*. IEEE Computer Society Press, 1999.
- [44] Jasbir Arora. *Introduction to optimum design*. Academic Press, 2004.
- [45] Miguel G Villarreal-Cervantes, Carlos A Cruz-Villar, Jaime Álvarez-Gallegos, and Edgar A Portilla-Flores. Kinematic dexterity maximization of an omnidirectional wheeled mobile robot: A comparison of metaheuristic and sqp algorithms. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 9(4):161, 2012.
- [46] Eddy Jackeline Rodríguez. Modelado de problemas de regresión lineal con el método cuasi-newton. *Revista Tecnocientífica URU*, (8):69–78, 2016.
- [47] Rainer Storn and Kenneth Price. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*, 11(4):341–359, 1997.
- [48] ISC José Yaír Guzmán Gaspar. Evolución diferencial para el control de un motor de corriente directa bajo incertidumbre paramétrica. Master’s thesis, LANIA, 2015.
- [49] Jingqiao Zhang and Arthur C Sanderson. *Adaptive differential evolution*. Springer, 2009.
- [50] Kalyanmoy Deb. An efficient constraint handling method for genetic algorithms. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 186(2):311–338, 2000.
- [51] Xin-She Yang. A new metaheuristic bat-inspired algorithm. pages 65–74, 2010.
- [52] Sergio Vanegas, Iván Amaya, and Rodrigo Correa. Algoritmo del murciélago virtual en el desarrollo de la integral de duhamel para sistemas estructurales con un grado de libertad. *Revista ingeniería de construcción*, 28(3):278–289, 2013.
- [53] Xin-She Yang. Firefly algorithms for multimodal optimization. In *International symposium on stochastic algorithms*, pages 169–178, 2009.
- [54] Broderick Crawford, Ricardo Soto, Miguel Olivares-Suárez, and Fernando Paredes. A binary firefly algorithm for the set covering problem. In *Modern Trends and Techniques in Computer Science*, pages 65–73. 2014.

- [55] J. Kennedy and R. Eberhart. Particle swarm optimization. In *Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference*, volume 4, pages 1942–1948, 1995.
- [56] Ollin Peñaloza-Mejía, Luis A Márquez-Martínez, Joaquín Alvarez, Miguel G Villarreal-Cervantes, and Ramón García-Hernández. Motion control design for an omnidirectional mobile robot subject to velocity constraints. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 2015.
- [57] Salvador García, Daniel Molina, Manuel Lozano, and Francisco Herrera. A study on the use of non-parametric tests for analyzing the evolutionary algorithms' behaviour: a case study on the cec'2005 special session on real parameter optimization. *Journal of Heuristics*, 15(6):617–644, 2009.
- [58] Joaquín Derrac, Salvador García, Daniel Molina, and Francisco Herrera. A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms. *Swarm and Evolutionary Computation*, 1(1):3–18, 2011.
- [59] Manuel López-Ibáñez, Jérémie Dubois-Lacoste, Leslie Pérez Cáceres, Mauro Birattari, and Thomas Stützle. The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration. *Operations Research Perspectives*, 3:43–58, 2016.
- [60] Miguel G Villarreal-Cervantes, J Fermi Guerrero-Castellanos, Soledad Ramírez-Martínez, and J Pedro Sánchez-Santana. Stabilization of a (3,0) mobile robot by means of an event-triggered control. *ISA transactions*, 58:605–613, 2015.

Producción científica

A continuación se presenta una lista de los artículos publicados tanto en revistas como en congresos de arbitraje nacional e internacional, desarrolladas durante el tiempo transcurrido en la estancia de la maestría.

Artículos de revista

- C.R. Ricaño-Rea, M. Aldape-Pérez, O. Serrano-Pérez, M.G. Villarreal-Cervantes. "Intelligent control tuning of a manipulator based on optimization method and differential evolution algorithm", (Sometido).
- O. Serrano-Pérez, M.G. Villarreal-Cervantes, J.C. González-Robles and A. Rodríguez Molina. "Meta-heuristic algorithms for the control tuning of omnidirectional mobile robots: Simulation and experiments", (En proceso).

Congreso Internacional

- O. Serrano-Pérez, M.G. Villarreal-Cervantes, J.C. González-Robles and A. Rodríguez Molina. "Optimal Gain Tuning for an omnidirectional Mobile Robot control System", 7th International Supercomputing conference in Mexico, ISUM 2016, Puebla, México, Abril 2016.
- O. Serrano-Pérez, M.G. Villarreal-Cervantes and J.C. González-Robles, "Método de optimización para la sintonización del control PD de un robot móvil", XVII Congreso Latinoamericano de Control Automático, CLCA 2016, Medellín, Colombia, Octubre 2016.

Congreso nacional

- O. Serrano-Pérez, M.G. Villarreal-Cervantes and J.C. González-Robles, "Sintonización del controlador PD aplicando el método de Quasi-Newton para un robot móvil omnidireccional", Congreso anual de la Asociación de México de Control Automático A.C., AMCA 2016, Querétaro, México, Septiembre 2016.

Anexo B

Tablas con los resultados de la prueba de rangos con signo de Wilcoxon

Tabla B.1: Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon para “ED Rand 1 Bin” con respecto a los demás algoritmos meta-heurísticos propuestos.

<i>Comparación</i>	R^+	R^-	$p - valor$
ED Rand 1 Bin contra ED Rand 1 Exp	325	0	<0.0001
ED Rand 1 Bin contra ED Best 1 Bin	0	325	0.999987
ED Rand 1 Bin contra ED Best 1 Exp	0	325	0.999981
ED Rand 1 Bin contra ED Current to Rand 1	325	0	<0.0001
ED Rand 1 Bin contra ED Current to Best 1	325	0	<0.0001
ED Rand 1 Bin contra ED Current to Rand 1 Bin	305	20	0.000121
ED Rand 1 Bin contra ED Current to Best 1 Bin	177	148	0.161254
ED Rand 1 Bin contra PSO	325	0	<0.0001
ED Rand 1 Bin contra BA	325	0	<0.0001
ED Rand 1 Bin contra FA	325	0	<0.0001

Tabla B.2: Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon para “ED Rand 1 Exp” con respecto a los demás algoritmos meta-heurísticos propuestos.

<i>Comparación</i>	R^+	R^-	$p - valor$
ED Rand 1 Exp contra ED Rand 1 Bin	0	325	1
ED Rand 1 Exp contra ED Best 1 Bin	0	325	1
ED Rand 1 Exp contra ED Best 1 Exp	0	325	1
ED Rand 1 Exp contra ED Current to Rand 1	325	0	<0.0001
ED Rand 1 Exp contra ED Current to Best 1	295	30	<0.0001
ED Rand 1 Exp contra ED Current to Rand 1 Bin	192	133	0.220918
ED Rand 1 Exp contra ED Current to Best 1 Bin	121	204	0.868261
ED Rand 1 Exp contra PSO	325	0	<0.0001
ED Rand 1 Exp contra BA	325	0	<0.0001
ED Rand 1 Exp contra FA	325	0	<0.0001

Tabla B.3: Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon para “ED Best 1 Bin” con respecto a los demás algoritmos meta-heurísticos propuestos.

<i>Comparación</i>	R^+	R^-	$p - valor$
ED Best 1 Bin contra ED Rand 1 Bin	325	0	<0.0001
ED Best 1 Bin contra ED Rand 1 Exp	325	0	<0.0001
ED Best 1 Bin contra ED Best 1 Exp	325	0	0.5
ED Best 1 Bin contra ED Current to Rand 1	325	0	<0.0001
ED Best 1 Bin contra ED Current to Best 1	325	0	<0.0001
ED Best 1 Bin contra ED Current to Rand 1 Bin	325	0	<0.0001
ED Best 1 Bin contra ED Current to Best 1 Bin	325	0	0.002960
ED Best 1 Bin contra PSO	325	0	<0.0001
ED Best 1 Bin contra BA	325	0	<0.0001
ED Best 1 Bin contra FA	325	0	<0.0001

Tabla B.4: Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon para “ED Best 1 Exp” con respecto a los demás algoritmos meta-heurísticos propuestos.

<i>Comparación</i>	R^+	R^-	$p - valor$
ED Best 1 Exp contra ED Rand 1 Bin	325	0	<0.0001
ED Best 1 Exp contra ED Rand 1 Exp	325	0	<0.0001
ED Best 1 Exp contra ED Best 1 Bin	0	325	0.977249
ED Best 1 Exp contra ED Current to Rand 1	325	0	<0.0001
ED Best 1 Exp contra ED Current to Best 1	325	0	<0.0001
ED Best 1 Exp contra ED Current to Rand 1 Bin	325	0	<0.0001
ED Best 1 Exp contra ED Current to Best 1 Bin	245	80	0.002960
ED Best 1 Exp contra PSO	325	0	<0.0001
ED Best 1 Exp contra BA	325	0	<0.0001
ED Best 1 Exp contra FA	325	0	<0.0001

Tabla B.5: Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon para “ED Current to Rand 1” con respecto a los demás algoritmos meta-heurísticos propuestos.

<i>Comparación</i>	R^+	R^-	$p - valor$
ED Current to Rand 1 contra ED Rand 1 Bin	0	325	1
ED Current to Rand 1 contra ED Rand 1 Exp	0	325	1
ED Current to Rand 1 contra ED Best 1 Bin	0	325	1
ED Current to Rand 1 contra ED Best 1 Exp	0	325	1
ED Current to Rand 1 contra ED Current to Best 1	84	241	0.984096
ED Current to Rand 1 contra ED Current to Rand 1 Bin	0	325	1
ED Current to Rand 1 contra ED Current to Best 1 Bin	0	325	1
ED Current to Rand 1 contra PSO	324	1	<0.0001
ED Current to Rand 1 contra BA	325	0	<0.0001
ED Current to Rand 1 contra FA	315	10	<0.0001

Tabla B.6: Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon para “ED Current to Best 1” con respecto a los demás algoritmos meta-heurísticos propuestos.

<i>Comparación</i>	R^+	R^-	$p - valor$
ED Current to Best 1 contra ED Rand 1 Bin	0	325	0.999991
ED Current to Best 1 contra ED Rand 1 Exp	30	295	0.999948
ED Current to Best 1 contra ED Best 1 Bin	0	325	1
ED Current to Best 1 contra ED Best 1 Exp	0	325	1
ED Current to Best 1 contra ED Current to Rand 1	241	84	0.017086
ED Current to Best 1 contra ED Current to Rand 1 Bin	132	193	0.794617
ED Current to Best 1 contra ED Current to Best 1 Bin	0	325	1
ED Current to Best 1 contra PSO	325	0	<0.0001
ED Current to Best 1 contra BA	324	1	<0.0001
ED Current to Best 1 contra FA	305	20	<0.0001

Tabla B.7: Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon para “ED Current to Rand 1 Bin” con respecto a los demás algoritmos meta-heurísticos propuestos.

<i>Comparación</i>	R^+	R^-	$p - valor$
ED Current to Rand 1 Bin contra ED Rand 1 Bin	20	305	0.999892
ED Current to Rand 1 Bin contra ED Rand 1 Exp	133	192	0.786929
ED Current to Rand 1 Bin contra ED Best 1 Bin	0	325	0.999994
ED Current to Rand 1 Bin contra ED Best 1 Exp	0	325	1
ED Current to Rand 1 Bin contra ED Current to Rand 1	325	0	<0.0001
ED Current to Rand 1 Bin contra ED Current to Best 1	193	132	0.213070
ED Current to Rand 1 Bin contra ED Current to Best 1 Bin	0	325	1
ED Current to Rand 1 Bin contra PSO	324	1	<0.0001
ED Current to Rand 1 Bin contra BA	325	0	<0.0001
ED Current to Rand 1 Bin contra FA	325	0	<0.0001

Tabla B.8: Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon para “ED Current to Best 1 Bin” con respecto a los demás algoritmos meta-heurísticos propuestos.

<i>Comparación</i>	R^+	R^-	$p - valor$
ED Current to Best 1 Bin contra ED Rand 1 Bin	148	177	0.847706
ED Current to Best 1 Bin contra ED Rand 1 Exp	204	121	0.137592
ED Current to Best 1 Bin contra ED Best 1 Bin	0	325	0.997841
ED Current to Best 1 Bin contra ED Best 1 Exp	80	245	0.997841
ED Current to Best 1 Bin contra ED Current to Rand 1	325	0	<0.0001
ED Current to Best 1 Bin contra ED Current to Best 1	325	0	<0.0001
ED Current to Best 1 Bin contra ED Current to Rand 1 Bin	325	0	<0.0001
ED Current to Best 1 Bin contra PSO	325	0	<0.0001
ED Current to Best 1 Bin contra BA	325	0	<0.0001
ED Current to Best 1 Bin contra FA	325	0	<0.0001

Tabla B.9: Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon para “PSO” con respecto a los demás algoritmos meta-heurísticos propuestos.

<i>Comparación</i>	R^+	R^-	$p - valor$
PSO contra ED Rand 1 Bin	0	325	1
PSO contra ED Rand 1 Exp	0	325	1
PSO contra ED Best 1 Bin	0	325	1
PSO contra ED Best 1 Exp	0	325	1
PSO contra ED Current to Rand 1	1	324	0.999999
PSO contra ED Current to Best 1	0	325	1
PSO contra ED Current to Rand 1 Bin	1	324	0.999999
PSO contra ED Current to Best 1 Bin	0	325	1
PSO contra BA	209.5	115.5	0.105404
PSO contra FA	89	236	0.977438

Tabla B.10: Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon para “BA” con respecto a los demás algoritmos meta-heurísticos propuestos.

<i>Comparación</i>	R^+	R^-	$p - valor$
BA contra ED Rand 1 Bin	0	325	0.999994
BA contra ED Rand 1 Exp	0	325	0.999994
BA contra ED Best 1 Bin	0	325	0.999994
BA contra ED Best 1 Exp	0	325	0.999994
BA contra ED Current to Rand 1	0	325	0.999994
BA contra ED Current to Best 1	1	324	0.999993
BA contra ED Current to Rand 1 Bin	0	325	0.999994
BA contra ED Current to Best 1 Bin	0	325	0.999994
BA contra PSO	115.5	209.5	0.899419
BA contra FA	49	276	0.998921

Tabla B.11: Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon para “FA” con respecto a los demás algoritmos meta-heurísticos propuestos.

<i>Comparación</i>	R^+	R^-	$p - valor$
FA contra ED Rand 1 Bin	0	325	1
FA contra ED Rand 1 Exp	0	325	1
FA contra ED Best 1 Bin	0	325	1
FA contra ED Best 1 Exp	0	325	1
FA contra ED Current to Rand 1	10	315	0.999999
FA contra ED Current to Best 1	20	305	0.999990
FA contra ED Current to Rand 1 Bin	0	325	1
FA contra ED Current to Best 1 Bin	0	325	1
FA contra PSO	236	89	0.024131
FA contra BA	276	49	0.001179

Tablas de resultados de los algoritmos

Descripción de las tablas de resultados

En este anexo se presentan las tablas con los resultados obtenidos de cada algoritmo implementado, donde cada sección consta de dos tablas. La primer tabla muestra un análisis estadístico con los resultados del algoritmo correspondiente a la sección, mostrando la siguiente distribución: en la primer columna se muestra el número de la corrida correspondiente en forma descendente, en la segunda columna se muestra el promedio de la última generación del algoritmo de cada corrida, en la tercera columna se muestra la desviación estándar de la última generación del algoritmo de cada corrida, en la cuarta columna se muestra el valor de la función objetivo del mejor individuo (mínimo de la función objetivo $\min(\bar{J})$) de la última generación del algoritmo de cada corrida, en la quinta y sexta columna se muestran los valores de la función objetivo de las componentes \bar{J}_1^* y \bar{J}_2^* del mejor individuo, en la séptima columna se muestra el valor de la función objetivo del peor individuo (máximo de la función objetivo $\max(\bar{J})$) de la última generación de cada corrida, en la octava y novena columna se muestran los valores de la función objetivo de las componentes \bar{J}_{1max} y \bar{J}_{2max} del peor individuo, por último en la columna diez se muestra el tiempo de ejecución del algoritmo de cada corrida.

La segunda tabla muestra las ganancias del controlador PD obtenidas por el algoritmo correspondiente a la sección, mostrando la siguiente distribución: en la primer columna se muestra el número de la corrida correspondiente en forma descendente, en las columnas dos al siete, se observan los resultados de las ganancias del controlador del mejor individuo ($\min(\bar{J})$) de la última generación, y por último, en las columnas ocho al trece, se observan los resultados de las ganancias del controlador del peor individuo ($\max(\bar{J})$) de la última generación obtenidos por cada algoritmo propuesto.

ED - Rand 1 Bin

Tabla C.1: Análisis estadístico con los resultados del algoritmo ED Rand 1 Bin.

Corrida	$Prom_{max}(J)$	σ_{err}	$min(J)$	J_1^*	J_2^*	$max(J)$	J_{max}	Tempo [s]
1	8.579369221302533e-03	2.716220804812332e-12	8.579369217516670e-03	5.18662626262620007e-08	8.579317351254007e-03	8.5793692230591079e-03	8.579317430307699e-03	5.428.31
2	8.579369219840790e-03	1.2511780093272309e-03	8.579369217562504e-03	5.19100202667447378e-08	8.579317306635829e-03	8.579369222558078e-03	8.579317371598552e-03	5.416.89
3	8.579369217297470e-03	4.60363721891739e-13	8.579369216614450e-03	5.186418926266633e-08	8.579317352924827e-03	8.579369219147655e-03	8.579317391121817e-03	5.995.77
4	8.579369219037891e-03	1.382988143017393e-12	8.579369217401131e-03	5.1863350721871240e-08	8.579317353983913e-03	8.579369222666423e-03	8.579317348595924e-03	5.402.29
5	8.579369219029824e-03	8.9153940314611204e-13	8.57936921740791e-03	5.189997124662449e-08	8.579317377439544e-03	8.5793692220648003e-03	8.5793173241633674e-03	5.997.90
6	8.579369218066437e-03	7.938303967412556e-13	8.579369216896386e-03	5.185507707120704e-08	8.579317361732317e-03	8.5793692220638753e-03	8.579317335576006e-03	5.995.88
7	8.579369217725221e-03	4.27802827511671e-13	8.579369216641642e-03	5.186055919555224e-08	8.5793173562822446e-03	8.579369218925569e-03	8.579317370790400e-03	5.997.05
8	8.579369217516581e-03	3.81906118665105e-13	8.579369216678673e-03	5.1848857473178113e-08	8.579317367803941e-03	8.579369218558538e-03	8.579317366608127e-03	5.983.92
9	8.579369218730561e-03	1.071418355727691e-12	8.579369217162592e-03	5.190327215158952e-08	8.579317313884080e-03	8.579369222787804e-03	8.579317324910657e-03	5.992.36
10	8.579369217429334e-03	4.463953315531623e-13	8.579369216664140e-03	5.185377249095892e-08	8.5793173628916400e-03	8.579369218405167e-03	8.579317383292690e-03	5.989.62
11	8.579369217393534e-03	4.387890184008535e-13	8.579369216681202e-03	5.18482309762072e-08	8.579317368450226e-03	8.579369218541581e-03	8.579317341078623e-03	5.404.60
12	8.579369217063895e-03	6.044041704560298e-13	8.579369216939860e-03	5.185529296519084e-08	8.579317361646894e-03	8.57936922230526e-03	8.579317369472313e-03	5.415.62
13	8.579369219016616e-03	9.2464502929297647e-13	8.579369217257637e-03	5.185925296015908e-08	8.579317358004678e-03	8.57936922117384e-03	8.579317365836753e-03	5.414.35
14	8.579369218235072e-03	7.4455765959595819e-13	8.579369217137306e-03	5.188806689093994e-08	8.579317329070624e-03	8.57936922079164e-03	8.579317357119682e-03	5.416.66
15	8.579369217081934e-03	2.790791881614122e-13	8.579369216694117e-03	5.18681547012946e-08	8.579317348538647e-03	8.579369217668940e-03	8.579317380946295e-03	5.420.41
16	8.579369218930872e-03	8.561765399275488e-13	8.57936921700111e-03	5.187183413567241e-08	8.579317345166876e-03	8.579369221045225e-03	8.579317293769536e-03	5.418.33
17	8.579369217488128e-03	5.339858131038857e-13	8.579369216612018e-03	5.187261322102232e-08	8.579317343998798e-03	8.579369218836426e-03	8.57931736724642e-03	5.420.53
18	8.579369218027891e-03	7.38214090689871e-13	8.579369216568610e-03	5.186248479882380e-08	8.5793173540983812e-03	8.5793692200667419e-03	8.579317354095213e-03	5.421.71
19	8.579369221191471e-03	1.827181818422471e-12	8.579369218043309e-03	5.184344975093856e-08	8.579317374593738e-03	8.579369221380113e-03	8.579317343188755e-03	5.415.32
20	8.579369217273095e-03	3.434845328192698e-13	8.579369216406769e-03	5.186270682521441e-08	8.579317353609045e-03	8.5793692218300438e-03	8.579317336480914e-03	5.417.77
21	8.57936922130082e-03	2.367960772977583e-12	8.579369218882874e-03	5.190942066765638e-08	8.579317309402207e-03	8.579369231429954e-03	8.579317407369746e-03	5.414.14
22	8.57936921716129e-03	3.35823607444384e-13	8.57936921638379e-03	5.187374318720739e-08	8.579317342795193e-03	8.579369218248410e-03	8.579317336134276e-03	5.412.63
23	8.579369217440066e-03	4.605727986602738e-13	8.579369216575473e-03	5.18697638269563e-08	8.579317346812091e-03	8.579369218674627e-03	8.579317353964196e-03	5.417.12
24	8.579369218839266e-03	1.030896587483749e-12	8.579369216987674e-03	5.185582893145166e-08	8.579317361158743e-03	8.579369221720291e-03	8.579317299312845e-03	5.428.01
25	8.57936921763869e-03	6.916951718396265e-13	8.579369216497646e-03	5.188039476348952e-08	8.579317336102983e-03	8.5793692219909734e-03	8.579317385852129e-03	5.420.06
Promedio	8.579369218501742e-03	8.775575379026622e-13	8.579369217020044e-03	5.186751007085733e-08	8.579317349512972e-03	8.579369221164611e-03	8.579317357574512e-03	5.410.29

Tabla C.2: Ganancias del controlador PD obtenidas con ED Rand 1 Bin.

Corrida	Ganancias del controlador PD para min(\bar{J})				Ganancias del controlador PD para max(\bar{J})				kd_3		
	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kp_1	kp_2	kp_3	kd_1			
1	1829.9356820	4937.5314401	2660.8435813	24.9999985	24.9999488	16.5760961	1831.2634446	4936.5119043	2079.9401536	24.9998903	15.5973988
2	1829.0437501	4938.1767364	2471.2424807	24.9999998	24.9999857	15.0945455	1830.2187382	4937.9277067	2613.1148163	24.9999754	16.7637394
3	1829.9585811	4937.9963153	2537.3781524	24.9999960	24.9999960	15.3319279	1830.6648713	4937.9763055	2231.2815937	24.9999990	14.3925432
4	1829.9771449	4937.8415940	2709.7331658	24.9999983	24.9999534	16.3016548	1829.7962993	4937.1789141	2774.7594215	24.9998553	16.3043416
5	1830.4119345	4938.4710133	2520.7831670	24.9999983	24.9999891	15.3823950	1829.3471190	4937.7937301	2648.2163062	24.9998822	15.8458542
6	1830.1417084	4937.8541080	2493.6097583	24.9999993	24.9999791	15.6369969	1829.5991936	4936.7704516	2370.3000437	24.9999949	14.1058250
7	1830.0242275	4938.1412944	2464.9154098	24.9999983	24.9999961	15.3636054	1830.2587336	4938.3030531	2783.4330095	24.9999925	17.1899315
8	1830.2735409	4937.5502134	2523.2451423	25.0000000	24.9999917	15.3646178	1830.2282193	4937.1593974	2702.7533059	24.9999978	16.9732080
9	1829.2057113	4937.8191534	2595.6150643	24.9999990	24.9999969	16.3548239	1829.3369370	4937.1724819	2101.6809705	24.9999856	13.1204174
10	1830.1661012	4937.8742516	2545.6418325	24.9999982	24.9999990	15.8689372	1830.5427937	4937.4844355	2370.2726790	24.9999992	16.5587800
11	1830.2646691	4938.1133798	2591.6446288	24.9999986	24.9999995	16.0682502	1829.7014741	4937.9920652	2376.7336879	24.9999931	14.8475908
12	1830.1235928	4938.2061981	2665.8776124	24.9999988	24.9999933	16.6482925	1830.2636595	4936.7978517	2502.9147481	24.9999959	15.5631048
13	1830.0772227	4937.4147832	2403.5087236	24.9999993	24.9999828	14.7301942	1830.1514023	4937.3186822	2577.6382682	24.9999941	17.2404427
14	1829.5128810	4937.5218151	2428.9073089	24.9999994	24.9999862	14.9827354	1829.9942644	4937.3405502	2325.8173385	24.9999886	13.9380157
15	1829.8914553	4937.7238973	2704.4409506	24.9999999	24.9999861	16.6763445	1830.4784175	4938.3784726	2682.7121863	24.9999995	16.8057428
16	1829.8269651	4937.5525690	2549.7949556	24.9999986	24.9999766	15.9010567	1828.7586685	4937.2887281	2820.6714651	24.9999927	16.8978663
17	1829.7979054	4937.9128886	2534.0262831	24.9999999	24.9999968	15.2474793	1830.2286111	4937.3773210	2574.3562648	24.9999832	15.7577151
18	1829.9910908	4938.0122516	2542.9631430	24.9999997	24.9999993	15.3146554	1829.9366400	4937.7118220	2202.5930406	24.9999980	14.3101882
19	1830.3409707	4938.5493757	2652.4287608	24.9999967	24.9999689	16.4062517	1829.6001910	4937.3530240	2134.8099711	24.9999738	12.9667563
20	1829.9947837	4937.7593080	2569.1845339	24.9999996	24.9999951	15.9284076	1829.6374045	4937.4578824	2327.3081545	24.9999973	14.8079736
21	1829.1035920	4937.3832375	2396.5883058	24.9999999	24.9999058	15.1705462	1830.7685153	4937.2583533	2641.5882034	24.9999882	18.6588840
22	1829.7771222	4937.8804017	2616.1375014	25.0000000	24.9999833	16.1246083	1829.6080789	4938.0492165	2521.2656189	24.9999962	15.2469443
23	1829.8565802	4937.8377450	2527.3353979	24.9999996	24.9999893	15.8737004	1829.9562598	4937.8104951	2422.5929275	24.9999911	15.3038138
24	1830.1352726	4937.6227873	2590.3103558	24.9999975	24.9999890	15.7969527	1828.8227501	4938.0965722	2875.8487270	24.9999886	17.7746900
25	1829.6586766	4937.5917981	2600.6298513	24.9999999	24.9999989	15.8328975	1830.5341325	4938.2840617	2418.5232058	24.9999905	14.2502643
Promedio	1829.8996465	4937.8535422	2555.8714427	24.9999991	24.9999835	15.7591189	1829.9878728	4937.5517393	2499.2450443	24.9999903	15.6488813

ED - Rand 1 Exp

Tabla C.3: Análisis estadístico con los resultados del algoritmo ED Rand 1 Exp.

Corrida	$Prom_{max}(J)$	σ_{err}	J_1^*	J_2^*	$max(J)$	J_{max}	J_{max}	Tiempo [s]
1	8.579369651901951e-03	2.78073185041264e-10	5.177883465271253e-03	8.5793176508459217e-03	8.579370625428021e-03	5.175120671588356e-03	8.579318874221312e-03	4264.05
2	8.57937156304603e-03	5.929243661264106e-09	5.196447619631437e-03	8.57931759453481e-03	8.579411008433156e-03	5.317827568396598e-03	8.579357830157480e-03	4234.01
3	8.579369313440569e-03	4.594582326057737e-11	5.190753763972458e-03	8.579317324660361e-03	8.579369444945275e-03	5.1912840874314e-03	8.579317538214349e-03	4234.94
4	8.579369413575293e-03	1.023593272733903e-10	5.182518351369206e-03	8.57931747058880e-03	8.579369811276738e-03	5.175786831446833e-03	8.579318052508424e-03	4235.43
5	8.5793696664171642e-03	2.718860618977277e-10	5.201902849207272e-03	8.579317284081399e-03	8.579370884321615e-03	5.163246892745806e-03	8.579319251552988e-03	4236.67
6	8.579369294026729e-03	2.848851669523458e-11	5.182634087022282e-03	8.579317421072900e-03	8.579369364167379e-03	5.190398858577467e-03	8.579317460179014e-03	4232.76
7	8.5793693106847059e-03	6.59088022262112e-11	5.189695783833482e-03	8.579317428692579e-03	8.579369534688868e-03	5.196447938311178e-03	8.579317570269485e-03	4236.88
8	8.579369373150497e-03	6.548040752969192e-11	5.189063019666426e-03	8.579317279462959e-03	8.579369537455802e-03	5.21648006376594e-03	8.57931732636070e-03	4240.01
9	8.579369484146357e-03	1.931814043255503e-10	5.189809092785866e-03	8.579317544558788e-03	8.579370516357562e-03	5.19508178102276e-03	8.57931856539751e-03	4234.73
10	8.579369311991264e-03	6.16827656079188e-11	5.173046108857169e-03	8.579317507345818e-03	8.579369641135414e-03	5.18690286838332e-03	8.57931772106524e-03	4236.01
11	8.57936931262966e-03	4.667680928432647e-11	5.189066444045801e-03	8.579317331800807e-03	8.579369427077472e-03	5.179694944905302e-03	8.579317630128927e-03	4241.81
12	8.579369449278492e-03	1.082924730505616e-10	5.17815102184664e-03	8.579317490575804e-03	8.579369698060351e-03	5.133811255694910e-03	8.579318360849004e-03	4235.90
13	8.579369540461811e-03	2.151654653129233e-10	5.195072660136579e-03	8.579317318909282e-03	8.579370367092474e-03	5.193419877171794e-03	8.579318432839369e-03	4236.79
14	8.579369296084067e-03	4.055353693529489e-11	5.182821932969849e-03	8.579317425343339e-03	8.5793693476210914e-03	5.209344218164361e-03	8.579317382768736e-03	4232.47
15	8.579369615778121e-03	1.806501835476900e-11	5.176118700890927e-03	8.579317534714979e-03	8.579370114135091e-03	5.192091829268077e-03	8.579318193216565e-03	4233.37
16	8.579369442635425e-03	1.418103568644094e-10	5.178913729060321e-03	8.579317471751401e-03	8.57937000499539e-03	5.193534536229278e-03	8.579318065151168e-03	4232.68
17	8.579369297928299e-03	3.716178785604901e-11	5.181321554844826e-03	8.579317434564740e-03	8.57936938962759e-03	5.161724269006321e-03	8.579317781938002e-03	4237.87
18	8.579369595607679e-03	2.349984091359191e-10	5.17539034980612e-03	8.579317553337229e-03	8.579370461848038e-03	5.19065033333711e-03	8.57931855338969e-03	4233.91
19	8.579369287925653e-03	4.329396452422100e-11	5.184978439648620e-03	8.579317375015248e-03	8.579369456790180e-03	5.188639231155301e-03	8.579317570487929e-03	4238.17
20	8.57936925077756e-03	1.718035086121063e-11	5.191472298727114e-03	8.579317310926876e-03	8.579369322327115e-03	5.18427792665711e-03	8.579317478049190e-03	4235.04
21	8.579369276073719e-03	2.317741898848299e-11	5.179741040443661e-03	8.579317425212410e-03	8.579369334788213e-03	5.188416349367577e-03	8.579317450624718e-03	4240.62
22	8.579369364217125e-03	6.882206923595112e-11	5.188469596618217e-03	8.579317366417556e-03	8.579369520192398e-03	5.187984269453087e-03	8.579317640349799e-03	4243.85
23	8.579369304921839e-03	4.606334719273862e-11	5.193651887212198e-03	8.579317303724380e-03	8.579369448622249e-03	5.176412765622668e-03	8.579317684494954e-03	4239.83
24	8.57936941439750e-03	9.736994241002140e-11	5.189203114080209e-03	8.579317360661481e-03	8.579369619877306e-03	5.180263749849000e-03	8.579317817239807e-03	4240.25
25	8.579369285831256e-03	2.576060487954523e-11	5.185583153618663e-03	8.5793178328253240e-03	8.579369381988411e-03	5.189610429236839e-03	8.579317485884117e-03	4241.17
Promedio	8.5793694818713e-03	3.34733135891304e-10	5.185027643013145e-03	8.579317416543008e-03	8.57937416069391e-03	5.190340980610428e-03	8.579319512659583e-03	4237.97

Tabla C.4: Ganancias del controlador PD obtenidas con ED Rand 1 Exp.

Corrida	Ganancias del controlador PD para min(\bar{J})					Ganancias del controlador PD para max(\bar{J})					
	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kd_2^*	kp_1	kp_2	kp_3	kd_1	kd_2	kd_3
1	1831.7640770	4934.4311752	1542.9227367	24.9999972	24.9967097	1833.2910666	4907.5301279	2516.6638601	24.9999473	24.9101742	15.3158655
2	1827.9821712	4938.6120338	2197.2196995	24.9989857	24.9918820	1829.3003026	4365.2255660	1895.2631861	24.9998717	22.6844426	14.3058905
3	1829.1035359	4938.4082157	1971.0171866	24.9999768	24.9995155	1829.1646510	4934.7758406	1784.7540067	24.9990934	24.9960057	11.0020750
4	1830.8878615	4933.4767863	2460.0388221	24.9998705	24.9966316	1832.2096086	4932.4504651	1791.0573725	24.9992866	24.9674220	10.0228509
5	1826.9145077	4939.0817096	2147.0551356	24.9996183	24.9995951	1836.3160904	4890.4733946	2123.2500037	24.9998298	24.9770642	13.1780440
6	1830.7862117	4935.8633153	1644.1040837	24.9999720	24.9997044	1829.2485000	4936.4323942	1455.1888869	24.9998926	24.9917064	9.6185155
7	1831.0655473	4938.1875741	2368.2445239	24.9999945	24.9991971	1828.1802965	4933.4564475	1541.1957649	24.9994990	24.9846970	9.3260094
8	1827.5607770	4936.8763061	1275.9312009	24.9999945	24.9989854	1824.3224847	4932.8913973	2959.3776430	24.9992432	24.9900596	16.1995635
9	1833.1966342	4937.7317911	1913.3130361	24.9999688	24.9995850	1828.6558927	4930.2525383	424.8027459	24.9945949	24.9893978	4.6118745
10	1832.5301542	4938.9561289	2085.7676105	24.9999520	24.9998103	1829.9685820	4935.1123494	1977.9645918	24.9991126	24.9816969	16.0722184
11	1829.3537155	4935.8010274	2227.3124132	24.9999543	24.9999731	1831.3689189	4935.3903595	1866.4871462	24.9994351	24.9932784	15.4128187
12	1831.6146390	4937.2206224	1316.4654003	24.9999641	24.9980236	1840.6122038	4929.9335300	770.5216900	24.9990166	24.9922858	5.1201115
13	1828.3246133	4936.8655264	1621.9889019	24.9999510	24.9977111	1828.4061814	4942.6860483	1615.8645627	24.9942651	24.9963932	13.4085588
14	1830.7505966	4935.6444377	1949.7228487	24.9999712	24.9992905	1825.7873934	4930.8163524	1794.6703963	24.9996811	24.9889944	13.7524135
15	1831.9962771	4937.6447120	1485.5401561	24.9999662	24.9979536	1830.1012807	4905.7615819	1244.2408426	24.9996042	24.9997855	9.7119915
16	1831.2578675	4942.2519735	2467.2945048	24.9999450	24.9993019	1828.8191051	4931.2183648	1478.4888814	24.9994467	24.9520994	10.4070436
17	1830.9634302	4937.6762420	2078.3536870	24.9999340	24.9994091	1834.8012335	4937.4544499	1779.0388239	24.9992178	24.9992066	10.5294097
18	1832.2397319	4934.6175731	1879.7612782	24.9999378	24.9954648	1829.2109087	4935.4496032	1802.6257519	24.9955362	24.9708420	16.0553569
19	1830.2622893	4937.3985041	2265.0403219	24.9999673	24.9999409	1829.5434870	4937.4010274	2691.4598320	24.9999173	24.9842593	15.8679588
20	1829.0196253	4936.8857316	2372.2416650	24.9999634	24.9999902	1830.4307700	4936.7343881	990.5819755	24.9998002	24.9993404	12.7362334
21	1831.2925004	4937.1671832	2295.9411837	24.9999987	24.9998969	1829.5035724	4940.0843968	1158.1914006	24.9995393	24.9997930	7.9351695
22	1829.4840549	4939.9540564	2748.8195320	24.9999651	24.9985782	1829.7379959	4935.5875272	2733.0136025	24.9984100	24.9993820	16.3056396
23	1828.5369269	4938.5499740	1856.0515659	24.9999383	24.9997028	1832.0236225	4934.8040225	2108.3464078	24.9997924	24.9871434	11.4001830
24	1829.5118695	4935.5172939	2380.4083749	24.9999514	24.9984407	1831.4549875	4929.9571988	1844.7948651	24.9998609	24.9735681	11.8946261
25	1830.1822619	4936.4245000	2170.1870304	24.9999676	24.9988813	1829.4452988	4935.0641360	2215.4960688	24.9998787	24.9898129	12.9243358
Promedio	1830.2632751	4937.2497758	2028.8297160	24.9999082	24.9985670	1830.4761774	4907.8777803	1782.5340124	24.9989509	24.8919540	12.1245903

ED - Best 1 Bin

Tabla C.5: Análisis estadístico con los resultados del algoritmo ED Best 1 Bin.

Corrida	$Prom_{med}(J)$	σ_{med}	$min(J)$	J^*	J^*	J^*	J^*	$max(J)$	J_{max}	J_{max}	Tiempo [s]
1	8.57936921625172e-03	2.4692546110710e-17	8.57936921625168e-03	5.1863724921811e-08	8.57931735252675e-03	8.57936921625175e-03	8.57936921625178e-03	8.57936921625178e-03	5.18637767320442e-08	8.57931735247504e-03	5443.98
2	8.57936921625168e-03	2.84040530932507e-17	8.57936921625159e-03	5.1863639320568e-08	8.57931735261267e-03	8.57936921625173e-03	8.57936921625173e-03	8.57936921625173e-03	5.18635983370404e-08	8.57931735208539e-03	5428.54
3	8.57936921625166e-03	3.53355280699745e-17	8.57936921625156e-03	5.18637317075265e-08	8.57931735251985e-03	8.57936921625173e-03	8.57936921625173e-03	8.57936921625173e-03	5.186362246566011e-08	8.57931735262926e-03	5427.18
4	8.57936921625169e-03	2.80745777644809e-17	8.57936921625162e-03	5.186336927167505e-08	8.57931735255891e-03	8.57936921625176e-03	8.57936921625176e-03	8.57936921625176e-03	5.18641052113498e-08	8.57931735214654e-03	5428.62
5	8.57936921625168e-03	3.14328126933786e-17	8.57936921625161e-03	5.186339164875915e-08	8.5793173523512e-03	8.57936921625174e-03	8.57936921625174e-03	8.57936921625174e-03	5.18641050116418e-08	8.57931735214673e-03	5424.96
6	8.57936921625168e-03	3.4238785085237e-17	8.57936921625159e-03	5.1863754516573e-08	8.57931735249413e-03	8.57936921625176e-03	8.57936921625176e-03	8.57936921625176e-03	5.18638456925784e-08	8.57931735240670e-03	5425.79
7	8.57936921625170e-03	2.93137995675248e-17	8.57936921625163e-03	5.18637550797336e-08	8.57931735249655e-03	8.57936921625175e-03	8.57936921625175e-03	8.57936921625175e-03	5.18636758049779e-08	8.57931735257794e-03	5431.62
8	8.57936921625170e-03	3.30388400869475e-17	8.57936921625162e-03	5.18639191067715e-08	8.57931735232426e-03	8.57936921625177e-03	8.57936921625177e-03	8.57936921625177e-03	5.18638152118717e-08	8.57931735243656e-03	5425.80
9	8.57936921625169e-03	2.82358989215630e-17	8.57936921625163e-03	5.18637360940258e-08	8.57931735251536e-03	8.57936921625177e-03	8.57936921625177e-03	8.57936921625177e-03	5.18637830089896e-08	8.57931735246847e-03	5432.75
10	8.57936921625171e-03	3.4757181501990e-17	8.57936921625164e-03	5.18634822658446e-08	8.57931735276937e-03	8.57936921625178e-03	8.57936921625178e-03	8.57936921625178e-03	5.18638746665586e-08	8.57931735237711e-03	5427.26
11	8.57936921625165e-03	3.13712074099003e-17	8.57936921625158e-03	5.18637204605713e-08	8.57931735253112e-03	8.57936921625170e-03	8.57936921625170e-03	8.57936921625170e-03	5.18636592684900e-08	8.57931735259243e-03	5437.45
12	8.57936921625170e-03	2.7948512566444e-17	8.57936921625162e-03	5.18638731545874e-08	8.57931735237846e-03	8.57936921625175e-03	8.57936921625175e-03	8.57936921625175e-03	5.18637910884324e-08	8.57931735246067e-03	5428.99
13	8.57936921625170e-03	2.9769198740469e-17	8.57936921625164e-03	5.18636216333965e-08	8.57931735263001e-03	8.57936921625176e-03	8.57936921625176e-03	8.57936921625176e-03	5.18636373840514e-08	8.57931735261388e-03	5426.90
14	8.57936921625170e-03	3.4790807325449e-17	8.57936921625164e-03	5.18639851760234e-08	8.57931735256647e-03	8.57936921625176e-03	8.57936921625176e-03	8.57936921625176e-03	5.18638254469008e-08	8.57931735242632e-03	5424.08
15	8.57936921625168e-03	2.576568332260531e-17	8.57936921625162e-03	5.186385713895038e-08	8.57931735238023e-03	8.57936921625174e-03	8.57936921625174e-03	8.57936921625174e-03	5.1863959238721e-08	8.57931735229222e-03	5424.70
16	8.57936921625167e-03	2.43429590780795e-17	8.57936921625162e-03	5.18637218894614e-08	8.57931735252973e-03	8.57936921625172e-03	8.57936921625172e-03	8.57936921625172e-03	5.18637018406897e-08	8.57931735254988e-03	5426.78
17	8.57936921625169e-03	2.69329706535014e-17	8.57936921625163e-03	5.18636750663243e-08	8.57931735257656e-03	8.57936921625175e-03	8.57936921625175e-03	8.57936921625175e-03	5.1863563278518e-08	8.57931735208842e-03	5424.74
18	8.57936921625169e-03	2.94225390592845e-17	8.57936921625164e-03	5.18638682254033e-08	8.57931735238342e-03	8.57936921625175e-03	8.57936921625175e-03	8.57936921625175e-03	5.18638394373317e-08	8.57931735241231e-03	5429.12
19	8.57936921625170e-03	3.59514086531483e-17	8.57936921625159e-03	5.18639492127802e-08	8.57931735230238e-03	8.57936921625177e-03	8.57936921625177e-03	8.57936921625177e-03	5.18638129114951e-08	8.57931735243886e-03	5423.29
20	8.57936921625168e-03	3.27513302077706e-17	8.57936921625161e-03	5.18637141927872e-08	8.57931735253748e-03	8.57936921625174e-03	8.57936921625174e-03	8.57936921625174e-03	5.18636439288232e-08	8.57931735200782e-03	5427.44
21	8.57936921625168e-03	3.5554706860925e-17	8.57936921625159e-03	5.18636835034857e-08	8.57931735256808e-03	8.57936921625173e-03	8.57936921625173e-03	8.57936921625173e-03	5.18637056916400e-08	8.57931735254604e-03	5424.61
22	8.57936921625170e-03	2.98381082544156e-17	8.57936921625162e-03	5.18636988474444e-08	8.5793173525277e-03	8.57936921625177e-03	8.57936921625177e-03	8.57936921625177e-03	5.18635312805382e-08	8.57931735272049e-03	5430.97
23	8.57936921625169e-03	2.49546333501519e-17	8.57936921625162e-03	5.18637271006357e-08	8.57931735252452e-03	8.57936921625174e-03	8.57936921625174e-03	8.57936921625174e-03	5.18637828692600e-08	8.57931735246887e-03	5422.46
24	8.57936921625175e-03	3.53346590531386e-17	8.57936921625165e-03	5.18636815331792e-08	8.57931735257012e-03	8.57936921625184e-03	8.57936921625184e-03	8.57936921625184e-03	5.186367390164707e-08	8.57931735257882e-03	5426.15
25	8.57936921625169e-03	2.64318163110229e-17	8.57936921625161e-03	5.18639139197635e-08	8.5793173523768e-03	8.57936921625175e-03	8.57936921625175e-03	8.57936921625175e-03	5.18638943260596e-08	8.57931735235743e-03	5425.23
<i>Promedio</i>	8.57936921625169e-03	3.03458690609040e-17	8.57936921625162e-03	5.18637504035197e-08	8.57931735250121e-03	8.57936921625175e-03	8.57936921625175e-03	8.57936921625175e-03	5.18637676653797e-08	8.57931735248409e-03	5427.98

Tabla C.6: Ganancias del controlador PD obtenidas con ED Best 1 Bin.

Corrida	Ganancias del controlador PD para min(\bar{J})				Ganancias del controlador PD para max(\bar{J})				
	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kp_1	kp_2	kp_3	kd_1	
1	1829.9724656	4937.8698826	2579.08223892	25.0000000	15.9037028	4937.8721653	2579.1781943	25.0000000	15.9009493
2	1829.9742740	4937.8662070	2579.1864149	25.0000000	15.8983111	4937.8655950	2579.3937383	25.0000000	15.8995104
3	1829.9723952	4937.8682321	2578.8332645	25.0000000	15.8987168	4937.8646273	2579.5691020	25.0000000	15.9023362
4	1829.9732283	4937.8661249	2580.1041627	25.0000000	15.9047170	4937.8634543	2579.4416500	25.0000000	15.8991978
5	1829.9688228	4937.8650373	2579.2236219	25.0000000	15.9040934	4937.8638899	2578.6942614	25.0000000	15.8963856
6	1829.9717985	4937.8706702	2579.9942220	25.0000000	15.9059855	4937.8667268	2579.6595958	25.0000000	15.8997233
7	1829.9720314	4937.8659147	2577.9969222	25.0000000	15.8942144	4937.86625312	2577.9173937	25.0000000	15.8904384
8	1829.9689547	4937.8628977	2578.3788800	25.0000000	15.8994052	4937.8684876	2577.9703481	25.0000000	15.8947517
9	1829.9724571	4937.8642739	2579.5848620	25.0000000	15.9026949	4937.8719843	2579.6985325	25.0000000	15.9053019
10	1829.972939	4937.8668409	2580.2161154	25.0000000	15.9050263	4937.8690153	2581.3182672	25.0000000	15.9112197
11	1829.9726654	4937.8667781	2579.6269020	25.0000000	15.9016273	4937.8664253	2579.3345951	25.0000000	15.9017764
12	1829.9696485	4937.8680364	2579.2299755	25.0000000	15.8981264	4937.8685054	2579.2869364	25.0000000	15.8970738
13	1829.9744409	4937.8706303	2578.9226510	25.0000000	15.8922428	4937.8666560	2578.8413387	25.0000000	15.8976457
14	1829.9733005	4937.8681190	2579.3266535	25.0000000	15.8975817	4937.8629131	2579.7720805	25.0000000	15.9007785
15	1829.9697684	4937.8657382	2580.2055129	25.0000000	15.9068642	4937.8649168	2579.9522384	25.0000000	15.9074509
16	1829.9725822	4937.8682712	2579.2063382	25.0000000	15.8988828	4937.8696049	2579.1882020	25.0000000	15.9002310
17	1829.9733333	4937.8672005	2579.7267604	25.0000000	15.9046201	4937.8662061	2579.5288094	25.0000000	15.9048538
18	1829.9697984	4937.8668137	2578.1597379	25.0000000	15.8991345	4937.8668258	2577.5131392	25.0000000	15.8985689
19	1829.9680892	4937.8700142	2580.6002435	25.0000000	15.9051229	4937.8713348	2580.0019826	25.0000000	15.9035784
20	1829.9728865	4937.8642726	2579.2423934	25.0000000	15.9033536	4937.8663110	2579.0628903	25.0000000	15.9006755
21	1829.9733212	4937.8685431	2578.9745457	25.0000000	15.9007476	4937.8700582	2578.9037428	25.0000000	15.9009834
22	1829.9730381	4937.8682296	2578.6773264	25.0000000	15.9033715	4937.8713055	2579.5943593	25.0000000	15.9029960
23	1829.9723907	4937.8706957	2578.8080079	25.0000000	15.8970628	4937.8713679	2579.3662910	25.0000000	15.8971158
24	1829.9735721	4937.8629544	2577.8234728	25.0000000	15.8889950	4937.8644853	2577.9313965	25.0000000	15.8921543
25	1829.9689710	4937.8650375	2578.6202506	25.0000000	15.8940571	4937.8702091	2580.0426975	25.0000000	15.9006028
Promedio	1829.9720731	4937.8670966	2579.1900651	25.0000000	15.9003463	4937.8674241	2579.2463513	25.0000000	15.9002520

ED - Best 1 Exp

Tabla C.7: Análisis estadístico con los resultados del algoritmo ED Best 1 Exp.

Corrida	$Prom_{max}(J)$	σ_{err}	$min(J)$	J_1^*	J_2^*	$max(J)$	J_{max}	Tempo [s]
1	8.579369216278211e-03	8.708192545385401e-14	8.579369216254509e-03	5.186358360612762e-08	8.579317352670804e-03	8.579369216880472e-03	8.579317353084965e-03	5423.33
2	8.579369216272292e-03	5.546670545202952e-14	8.579369216253024e-03	5.186386300242729e-08	8.579317352384722e-03	8.579369216599355e-03	8.579317352902965e-03	5387.12
3	8.579369216255944e-03	3.559843071810197e-15	8.579369216259129e-03	5.186443087438496e-08	8.579317351821245e-03	8.579369216268442e-03	8.579317352861346e-03	5377.80
4	8.579369216270092e-03	1.23108541180060e-13	8.579369216259603e-03	5.186357031764197e-08	8.579317350882286e-03	8.579369217127920e-03	8.579317354116803e-03	5545.77
5	8.57936921708858e-03	2.841714695907265e-12	8.579369216369337e-03	5.1858579536259090e-08	8.579317357573975e-03	8.57936921253483e-03	8.579317357555894e-03	5420.35
6	8.579369216296703e-03	1.194648484765656e-14	8.579369216252134e-03	5.1863760692899721e-08	8.579317352491206e-03	8.579369216330238e-03	8.579317352467730e-03	5386.07
7	8.579369216254256e-03	3.722268882217628e-15	8.579369216251917e-03	5.186385614854602e-08	8.579317352395768e-03	8.579369216275229e-03	8.579317352127488e-03	5390.00
8	8.579369216263746e-03	1.607730069957104e-14	8.579369216253921e-03	5.186344427370763e-08	8.579317352809647e-03	8.579369216316692e-03	8.579317352470875e-03	5386.79
9	8.579369216400921e-03	5.834357133380287e-13	8.579369216267355e-03	5.1865117187553072e-08	8.579317351095479e-03	8.579369219933087e-03	8.579317357059047e-03	5389.01
10	8.57936921625552e-03	4.664177575761975e-15	8.579369216252278e-03	5.186357636418279e-08	8.579317352675914e-03	8.579369216278729e-03	8.579317351923655e-03	5389.58
11	8.579369216255633e-03	5.311137999675117e-15	8.579369216252334e-03	5.186359465824829e-08	8.579317352957675e-03	8.579369216281600e-03	8.579317352921446e-03	5388.93
12	8.579369216274915e-03	7.200795601231347e-14	8.579369216252568e-03	5.18633902923165743e-08	8.579317351609758e-03	8.579369216588789e-03	8.579317352774400e-03	5380.30
13	8.579369216317263e-03	3.286731405319864e-13	8.579369216252415e-03	5.186464365749215e-08	8.579317351609758e-03	8.579369216588721e-03	8.579317354508616e-03	5383.06
14	8.579369216252460e-03	2.9568545332426586e-15	8.579369216251747e-03	5.186383134793853e-08	8.579317352420400e-03	8.579369216272706e-03	8.579317352457910e-03	5385.90
15	8.57936921637602e-03	4.05675283598446e-13	8.579369216253701e-03	5.186321159226380e-08	8.579317353042109e-03	8.579369218291797e-03	8.579317354834543e-03	5386.00
16	8.579369216264879e-03	3.371904069860198e-14	8.579369216252363e-03	5.186380169785704e-08	8.579317352271385e-03	8.579369216459396e-03	8.579317349972851e-03	5385.58
17	8.579369216310874e-03	2.676218584060182e-13	8.579369216253239e-03	5.186383924101373e-08	8.579317352413999e-03	8.579369218149478e-03	8.579317355019432e-03	5383.11
18	8.579369216288432e-03	7.093857196714858e-14	8.579369216256649e-03	5.186311133695063e-08	8.579317353144279e-03	8.579369216751230e-03	8.579317357207917e-03	5388.07
19	8.579369216354290e-03	3.361352511706171e-13	8.579369216255683e-03	5.186400461496690e-08	8.579317352251068e-03	8.579369218198959e-03	8.579317353023358e-03	5383.90
20	8.579369216335871e-03	1.933173699708199e-13	8.579369216256518e-03	5.186526790124563e-08	8.57931735088616e-03	8.579369217513344e-03	8.579317348020870e-03	5383.32
21	8.579369216286774e-03	2.60837472808956e-14	8.579369216253222e-03	5.186456896752907e-08	8.579317351684254e-03	8.579369216432153e-03	8.579317352857397e-03	5384.92
22	8.579369216273797e-03	2.180602875141535e-14	8.579369216254502e-03	5.186406926363490e-08	8.579317352193296e-03	8.579369216380734e-03	8.579317359224562e-03	5388.66
23	8.579369216253066e-03	9.73108784090691e-16	8.579369216254108e-03	5.186417513218443e-08	8.579317352076976e-03	8.579369216258454e-03	8.579317353884088e-03	5387.42
24	8.579369216270814e-03	4.2159105696983914e-14	8.579369216253335e-03	5.186225554340998e-08	8.579317353397791e-03	8.579369216531652e-03	8.579317352386762e-03	5386.85
25	8.579369216273163e-03	2.211819366976279e-14	8.579369216255508e-03	5.186381063140670e-08	8.579317352444577e-03	8.579369216374066e-03	8.579317351967838e-03	5387.18
Promedio	8.579369216354616e-03	2.224352263106510e-13	8.579369216258563e-03	5.18636366229703187e-08	8.579317352526266e-03	8.579369217557574e-03	8.579317353145313e-03	5395.16

Tabla C.8: Ganancias del controlador PD obtenidas con ED Best 1 Exp.

Corrida	Ganancias del controlador PD para min(\bar{J})					Ganancias del controlador PD para max(\bar{J})						
	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kd_2^*	kp_1	kp_2	kp_3	kd_1	kd_2	kd_3	
1	1829.9758062	4937.8543193	2577.2217089	25.0000000	24.9999999	15.8862308	1829.9724413	4937.8619067	2335.9774562	25.0000000	25.0000000	14.6902772
2	1829.9690983	4937.8850727	2578.3787540	25.0000000	24.9999999	15.8897753	1829.9725995	4937.8757377	2681.1917837	25.0000000	24.9999934	16.7328835
3	1829.9592652	4937.8556604	2581.3023317	25.0000000	25.0000000	15.91377192	1829.9780814	4937.8852932	2559.6610794	25.0000000	24.9999922	15.7101454
4	1829.9755318	4937.8678157	2584.3287891	25.0000000	25.0000000	15.9307790	1829.9861493	4937.8614792	2788.5231461	25.0000000	24.9999922	17.3425732
5	1830.0594892	4938.1039199	2584.2790556	24.9999999	24.9999977	15.9732950	1829.7803669	4937.9959522	1492.1575538	24.9999926	24.9999990	9.0633954
6	1829.9722427	4937.8575813	2575.9826330	25.0000000	25.0000000	15.8873071	1829.9698593	4937.8649716	2599.4919665	24.9999996	24.9999999	15.9380231
7	1829.9698087	4937.8725584	2579.8135026	25.0000000	25.0000000	15.9062129	1829.9643415	4937.8660811	2606.8513485	25.0000000	25.0000000	16.1458856
8	1829.9785696	4937.8528316	2580.2135698	25.0000000	25.0000000	15.9154977	1829.9716245	4937.8305917	2561.4699063	25.0000000	24.9999959	15.8072892
9	1829.9456140	4937.8366590	2568.8708744	25.0000000	24.9999994	15.8410067	1829.9913935	4937.8754157	1991.4705869	24.9999999	25.0000000	12.3524673
10	1829.9753493	4937.8699935	2578.8290474	25.0000000	25.0000000	15.8978270	1829.9602793	4937.8640473	2626.4627945	25.0000000	25.0000000	16.1700792
11	1829.9790441	4937.8656220	2581.0003366	25.0000000	25.0000000	15.9143516	1829.9793541	4937.8699808	2629.2368582	25.0000000	24.9999999	16.1223755
12	1829.9806532	4937.8666382	2585.0500494	25.0000000	25.0000000	15.9367635	1829.9701223	4937.8694561	2750.8599436	25.0000000	24.9999999	16.7218298
13	1829.9544793	4937.8733734	2580.7934613	25.0000000	25.0000000	15.9149914	1829.9678519	4937.8701397	2127.3392106	25.0000000	24.9999997	13.0336832
14	1829.9703328	4937.8714616	2579.7964069	25.0000000	25.0000000	15.9063306	1829.9709760	4937.8657450	2541.3254171	25.0000000	25.0000000	15.6403146
15	1829.9826562	4937.8645344	2577.7344431	25.0000000	24.9999999	15.8944492	1829.9664368	4937.8831194	2128.8569693	25.0000000	24.9999999	12.7896539
16	1829.9676620	4937.8651964	2580.5565236	25.0000000	25.0000000	15.9187232	1829.9194981	4937.8636884	2444.6201865	24.9999999	25.0000000	15.1868358
17	1829.9703376	4937.8671400	2579.2637438	25.0000000	25.0000000	15.8908518	1829.9853482	4937.8702491	2191.2696702	24.9999999	24.9999989	13.3084934
18	1829.9847774	4937.8598499	2581.5400995	25.0000000	25.0000000	15.9286968	1830.0569241	4937.8015836	2414.9204053	25.0000000	24.9999982	14.8694204
19	1829.9679912	4937.8443712	2575.9622964	25.0000000	24.9999998	15.8657999	1829.9461400	4937.8663385	2152.7044722	25.0000000	24.9999977	13.4001156
20	1829.9422772	4937.8740112	2580.0240778	25.0000000	24.9999999	15.8756467	1829.8588922	4937.9305122	2282.4838245	25.0000000	24.9999993	13.8091317
21	1829.9564019	4937.8598228	2587.9072988	25.0000000	25.0000000	15.9553889	1829.9756023	4937.8665716	2563.3144854	24.9999996	24.9999933	15.8847364
22	1829.9655906	4937.8609525	2585.9768823	25.0000000	25.0000000	15.9629461	1829.9252523	4937.8596738	2674.9921945	25.0000000	24.9999988	16.4409031
23	1829.9639772	4937.8631652	2575.1822393	25.0000000	25.0000000	15.8816601	1829.9990871	4937.8627915	2558.4816449	25.0000000	25.0000000	15.8100739
24	1830.0095499	4937.8829130	2579.0834593	25.0000000	25.0000000	15.9004533	1829.9647086	4937.8641777	2475.7690553	25.0000000	24.9999982	15.0344843
25	1829.9707668	4937.8721459	2564.5492474	25.0000000	25.0000000	15.8382942	1829.8734943	4937.8734943	2672.2985168	24.9999999	24.9999999	16.4057935
Promedio	1829.9735309	4937.8739044	2579.3456333	25.0000000	24.9999999	15.9050799	1829.9596834	4937.8719596	2434.0692191	24.9999996	24.9999981	14.9764326

ED - Current to Rand 1

Tabla C.9: Análisis estadístico con los resultados del algoritmo ED Current to Rand 1.

Corrida	$Prom_{max}(J)$	σ_{err}	$min(J)$	J_1^*	J_2^*	$max(J)$	J_{max}	J_{max}	Tiempo [s]
1	8.58072274110176e-03	3.637254976834211e-07	8.580060140123131e-03	1.175716380735025e-07	8.579942564985057e-03	8.581602458049991e-03	1.447453210683171e-07	8.581457712728923e-03	5364.43
2	8.57900978954568e-03	1.017354780445077e-07	8.579679667892175e-03	5.270830124656958e-08	8.579626959509029e-03	8.580141876954715e-03	5.134770782570968e-08	8.580009052924680e-03	5636.62
3	8.579602014639264e-03	3.966716366492689e-08	8.579577692761169e-03	6.147171885088609e-08	8.579516221042319e-03	8.579761575052695e-03	6.641034002415782e-08	8.579695164719671e-03	5643.26
4	8.5796122238984210e-03	1.634730008933158e-08	8.579569180188962e-03	5.693774316109713e-08	8.579513151445801e-03	8.579652345855069e-03	6.475826082441238e-08	8.579587592594244e-03	5639.20
5	8.57957688110343e-03	1.02688951814737e-08	8.579550426465340e-03	5.512700868933811e-08	8.579495298826650e-03	8.579601181341611e-03	6.450144566541165e-08	8.579536679899046e-03	5643.22
6	8.579542446130576e-03	6.029642236518695e-09	8.579628743741913e-03	5.181161363997273e-08	8.579476902128272e-03	8.579554890779537e-03	5.018763811072731e-08	8.5795930330314426e-03	5640.46
7	8.579496956740076e-03	4.28070664871503e-09	8.5794856139102171e-03	5.955899478636981e-08	8.579429054917931e-03	8.579500685717518e-03	5.608965945101042e-08	8.579451596059068e-03	5643.51
8	8.579490933523393e-03	1.723186831570414e-09	8.579486950066578e-03	5.909325191643506e-08	8.579427856814662e-03	8.579493959393217e-03	5.607052970085880e-08	8.57943788878017e-03	5638.54
9	8.579439777489898e-03	3.779291044794587e-09	8.579430786301009e-03	5.410264242896765e-08	8.579376838658680e-03	8.579445575550289e-03	5.103491467209328e-08	8.579393454063561e-03	5641.50
10	8.579421805854545e-03	2.579979983242516e-09	8.579416398357029e-03	5.107308125961377e-08	8.579365329275772e-03	8.579428795355155e-03	5.342576536959002e-03	8.57937536959002e-03	5643.33
11	8.579415257435771e-03	1.712929456736864e-09	8.579410842854634e-03	5.161351701182302e-08	8.579359229337622e-03	8.579418443063936e-03	5.138297590019491e-08	8.57939767060087154e-03	5361.55
12	8.579412369329066e-03	9.032610795865295e-10	8.579410145770007e-03	5.30875631405342e-08	8.579357047019693e-03	8.579413916207122e-03	5.395540860665991e-08	8.5793590960799051e-03	5360.60
13	8.579400024600442e-03	1.128071197047702e-09	8.579396528702189e-03	5.330766057831586e-08	8.579343221041610e-03	8.579402343790760e-03	5.373744804157030e-08	8.579348606342718e-03	5362.39
14	8.579387316725924e-03	1.419299744259769e-09	8.579383213465022e-03	4.85780890952890e-08	8.579334633715113e-03	8.579389575647710e-03	5.105977144920663e-08	8.5793338524933261e-03	5365.70
15	8.579382928883635e-03	8.622663348813848e-10	8.57938052845278e-03	5.132803139089876e-08	8.579329222813886e-03	8.579384394605013e-03	5.293059771152334e-08	8.579331164007300e-03	5359.33
16	8.579380487125112e-03	5.657477212392700e-10	8.579379291958367e-03	5.126541122099037e-08	8.579328026547137e-03	8.579381542350779e-03	5.193777995579124e-08	8.579329604570824e-03	5363.89
17	8.579378890153244e-03	2.710785730727025e-03	8.579378126398510e-03	5.208171829043628e-08	8.579325044854010e-03	8.579379248534910e-03	5.173388585432340e-08	8.579327514649056e-03	5373.57
18	8.579375769189314e-03	2.670245878937136e-10	8.579376471279557e-03	5.276635527309364e-08	8.579323704923984e-03	8.579377711590439e-03	5.326616954570829e-08	8.579324445420896e-03	5366.92
19	8.579376961604187e-03	1.39445055744673e-10	8.57937586021380e-03	5.258382852732440e-08	8.579324002192853e-03	8.579372751283698e-03	5.223989088956808e-08	8.579325020884712e-03	5362.71
20	8.579375591240371e-03	2.362860241103731e-10	8.579375249466274e-03	5.286947835398390e-08	8.579322379087917e-03	8.579375290093509e-03	5.251560775698958e-08	8.57932375585752e-03	5364.82
21	8.579375240083245e-03	1.357429607814316e-10	8.579374857370708e-03	5.311092266635942e-08	8.579321746448041e-03	8.579375550438086e-03	5.247144062390182e-08	8.579323078997459e-03	5366.01
22	8.5793739692959310e-03	1.348708690196065e-10	8.5793736453535382e-03	5.2245011279519178e-08	8.579321400339571e-03	8.579374197271455e-03	5.234886904712790e-08	8.5793321848402408e-03	5372.62
23	8.5793729535572722e-03	2.217599104613429e-10	8.579371964749399e-03	5.216929389143705e-08	8.579319795449947e-03	8.579372870688967e-03	5.294858193154841e-08	8.579319921150774e-03	5367.26
24	8.579372204406010e-03	1.054166816192709e-10	8.579371902270344e-03	5.269043598832524e-08	8.579319211834356e-03	8.579372388254656e-03	5.271239961017644e-08	8.579319675855046e-03	5366.36
25	8.579371502788716e-03	1.198262100307406e-10	8.579371175711175e-03	5.303401931133970e-08	8.57931818141691864e-03	8.579371728371598e-03	5.303480158348392e-08	8.579318693510014e-03	5365.74
Promedio	8.57950613025608e-03	2.233069817559639e-08	8.579460646317488e-03	5.6093322908815592e-08	8.579404553188898e-03	8.579558215882050e-03	5.783300710304881e-08	8.579500382871953e-03	5461.50

Tabla C.10: Ganancias del controlador PD obtenidas con ED Current to Rand I.

Corrida	Ganancias del controlador PD para min(\bar{J})					Ganancias del controlador PD para max(\bar{J})					
	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kd_2^*	kp_1	kp_2	kp_3	kd_1	kd_2	kd_3
1	1205.4379697	3458.3780434	486.8976838	24.1572805	19.4021479	1092.9804425	2573.6072908	963.1508218	18.0133122	15.8038062	10.8740696
2	1932.2553652	3287.0922761	1125.0707884	24.3542889	20.3523214	2045.6445279	2860.4325709	674.0975346	23.0253887	20.1904061	12.2687546
3	1753.8723093	3352.2731542	1965.955969	22.1891528	22.1891528	1758.6126231	2697.6039415	184.5587343	24.4164814	17.3508586	5.8483125
4	1832.2932300	3569.9314076	1538.8694320	24.6346477	24.4774284	1777.8220037	2777.7350866	2967.0388836	24.9296532	20.8891880	18.9734064
5	1826.8356667	3793.2654220	1760.9791514	24.5635143	21.0646689	1707.7414837	3283.2827199	1729.6396688	24.7056836	18.1891595	11.7126231
6	1874.7387064	4025.0931526	1132.7810728	24.5744953	20.5648928	1890.3768019	4328.4063456	1062.1633374	24.3164573	23.8290559	12.9556816
7	1748.5090803	3798.4777583	871.1529011	24.9399398	22.3853241	1844.8745309	3634.9040137	1401.4373937	24.9158067	23.3685727	10.9391533
8	1750.1066751	3866.3203190	2026.4159236	24.8796421	20.2323473	1795.5864954	3995.3934925	527.9804342	24.7438611	22.0914892	7.0315750
9	1812.3742285	4349.5592987	457.7684466	24.8996504	23.0087660	1882.0878327	4206.2252183	467.4317515	24.9065856	22.6836678	12.8863523
10	1873.1413307	4352.5477949	2402.0747285	24.9868292	24.1089033	1820.2552951	4448.2475329	1334.4573564	24.8631914	23.8860272	12.4671005
11	1853.0654635	4513.3297324	1271.5650814	24.9352684	24.2506316	1860.4058809	4461.5556860	875.7365260	24.9204219	24.1643543	13.9090881
12	1825.5689092	4477.8017379	1129.5120240	24.9516567	24.1740466	1813.5768822	4386.1454007	1040.7734043	24.9741105	23.3851049	12.4697993
13	1815.5856232	4609.3325833	1170.9364201	24.9685074	24.6384793	1811.1473258	4524.2770446	1346.5965690	24.9743029	24.0705586	14.7715164
14	1903.2807336	4802.3336535	1641.7334247	24.9886758	24.8015584	1853.7542463	4741.0484176	1879.6671608	24.9558685	24.4736969	15.1364946
15	1843.2859707	4863.15000437	807.9744639	24.9564573	24.9688020	9.4066878	4748.6783768	270.6845087	24.9810443	24.4376096	11.1555039
16	1845.5466978	4837.8175273	1761.2336155	24.9732195	24.8388957	1834.6008474	4780.2140953	2217.8118697	24.9805932	24.6890311	13.0438209
17	1810.7384000	4826.2826143	2449.0972071	24.9880677	24.5972889	1836.4769232	4831.1758219	2205.3943532	24.9769592	24.6829288	15.9983168
18	1817.4993115	4808.4735152	2288.1096448	24.9995737	24.6709376	1807.3901579	4823.6512407	2701.3294394	24.9916240	24.6010761	19.7228822
19	1821.0189002	4807.6181329	2049.1659154	24.9990441	24.6613087	1826.0448360	4851.3488548	2665.3483150	24.9791931	24.8177657	19.9111643
20	1812.8351188	4878.7100776	1888.2158741	24.9808152	24.9459316	1821.8440931	4819.6220270	1641.4053332	24.9967600	24.6716394	14.3768643
21	1809.0023877	4860.3656336	2262.8672560	24.9900777	24.8926075	17.5252373	4859.6639445	1262.4679654	24.9857925	24.8501867	14.9672815
22	1823.1856127	4920.3389040	1374.0148778	24.9777025	24.9666054	13.7783257	4878.9408763	1485.8628895	24.9893446	24.8164365	13.7013037
23	1825.4002976	4902.0303805	1019.7891889	24.9908774	24.9863003	1811.1257926	4884.9143331	1402.4912197	24.9955041	24.8557565	15.4903353
24	1815.9743821	4887.0484069	1528.6736954	24.9978183	24.9071000	14.2414677	4890.6163753	2276.8077507	24.9924355	24.9732078	17.6581512
25	1809.1478562	4898.0505019	761.9200902	24.9991318	24.9632011	1809.0392989	4898.9298165	1051.8070689	24.9968115	24.9285432	12.4539855
<i>Promedio</i>	1801.6280171	4389.8248829	1486.9109802	24.8578982	23.5631859	1799.1145388	4247.4648290	1425.4165562	24.5410875	23.0684011	13.6289407

ED - Current to Best 1

Tabla C.11: Análisis estadístico con los resultados del algoritmo ED Current to Best 1.

Corrida	$Prom_{max}(J)$	σ_{err}	$min(J)$	J_*	J_z^*	$max(J)$	J_{max}	J_{max}	Tiempo [s]
1	8.580231760231643e-03	1.465764980251767e-07	8.579904180811141e-03	6.322523292820454e-08	8.5798409545848447e-03	8.580581253690368e-03	8.580514847735879e-03	8.580514847735879e-03	4195.60
2	8.57945630963978168e-03	2.678701020212470e-08	8.5794852292937140e-03	6.232461841546312e-08	8.579422908318686e-03	8.5796192372787501e-03	8.5795629612480487e-03	8.5795629612480487e-03	4205.56
3	8.579442223300317e-03	1.053553220239383e-08	8.579416889955456e-03	5.893696584252878e-08	8.57938592907042e-03	8.5794639136352906e-03	8.579399206002639e-03	8.579399206002639e-03	4203.57
4	8.5793906202101179e-03	5.398522833181445e-09	8.579379132004194e-03	5.477763439088380e-08	8.579324545036896e-03	8.579401604517775e-03	8.57934642782624e-03	8.57934642782624e-03	4203.57
5	8.579375175475366e-03	1.4184927209060279e-09	8.579372121492115e-03	5.25331848722440e-08	8.579319768397626e-03	8.579375084838534e-03	8.579323222707378e-03	8.579323222707378e-03	4202.39
6	8.579372232020287e-03	5.807119720167609e-10	8.579370958611202e-03	5.1145850647706991e-08	8.579319812794729e-03	8.5793742257829006e-03	8.57932251676438e-03	8.57932251676438e-03	4206.18
7	8.579370782454718e-03	2.407870674445686e-10	8.579370390062022e-03	5.207355641527511e-08	8.5793182205056007e-03	8.579371569072092e-03	8.579320851052577e-03	8.579320851052577e-03	4196.23
8	8.579369999646348e-03	1.185368192536478e-10	8.5793689739168598e-03	5.172687869691873e-08	8.579318012289559e-03	8.579370351227545e-03	8.579318451969645e-03	8.579318451969645e-03	4197.12
9	8.579369540636054e-03	4.4040863396969389e-11	8.57936492088077e-03	5.157688140355192e-08	8.579317872066693e-03	8.57936953384400e-03	8.579319027512417e-03	8.579319027512417e-03	4199.26
10	8.579369209920707e-03	1.926404688914419e-11	8.579369331176411e-03	5.166367689263260e-08	8.579317667499522e-03	8.579369480461029e-03	8.57931775712733e-03	8.57931775712733e-03	4195.29
11	8.57936926251429e-03	8.930477816571872e-12	8.579369244480874e-03	5.180764916922826e-08	8.579317436840706e-03	8.5793692940469247e-03	8.579317483661043e-03	8.579317483661043e-03	4195.12
12	8.579369236257091e-03	8.85129292060927e-12	8.579369292946819e-03	5.188750587448127e-08	8.579317341740944e-03	8.579369248500638e-03	8.579317421819445e-03	8.579317421819445e-03	4200.18
13	8.57936923146227e-03	1.643639263885465e-12	8.579369219078267e-03	5.188279317624283e-08	8.579317336885110e-03	8.5793692226882155e-03	8.579317328979810e-03	8.579317328979810e-03	4201.55
14	8.5793692162815549e-03	4.5755380875226696e-13	8.579369217143126e-03	5.187212286964459e-08	8.579317345022064e-03	8.579369219259916e-03	8.579317325802194e-03	8.579317325802194e-03	4200.28
15	8.580171848797162e-03	1.611906219995503e-07	8.579695099586125e-03	8.129554347003752e-08	8.579723804312664e-03	8.58063489100065e-03	8.58037747070503e-03	8.58037747070503e-03	4277.43
16	8.579798240115339e-03	3.292759709767997e-08	8.579719471007092e-03	7.249975449184719e-08	8.579646971252601e-03	8.579864734113036e-03	8.579786608955045e-03	8.579786608955045e-03	4347.55
17	8.579538121853601e-03	1.077283021061506e-08	8.57950790307627e-03	5.2048202599878e-08	8.579445742305576e-03	8.579563433656477e-03	8.579509784784193e-03	8.579509784784193e-03	4353.94
18	8.5794233408888e-03	6.392020470412829e-09	8.579408792534811e-03	5.1147231278199073e-08	8.579357645303532e-03	8.579444821197801e-03	8.579398984816031e-03	8.579398984816031e-03	4358.39
19	8.57938694540929e-03	2.061569558478870e-09	8.579381888399691e-03	4.755581880199925e-08	8.579334352980856e-03	8.57939709941465e-03	8.579348382692948e-03	8.579348382692948e-03	4358.20
20	8.579375172794493e-03	8.308737115182835e-10	8.579373310407560e-03	5.185586120207024e-08	8.579321924646359e-03	8.5793765766901612e-03	8.579325619759430e-03	8.579325619759430e-03	4357.54
21	8.579371048183303e-03	3.344538227105094e-10	8.57937010102857e-03	5.14728689898318e-08	8.579318628113874e-03	8.579371569310750e-03	8.5793230669169206e-03	8.5793230669169206e-03	4355.40
22	8.579369708449282e-03	1.201322753572382e-10	8.57936952457557e-03	5.208273395271618e-08	8.579317441842619e-03	8.579370143772050e-03	8.57931837653524e-03	8.57931837653524e-03	4355.37
23	8.579369406934713e-03	5.020815133849191e-11	8.579369297753279e-03	5.169196590979379e-08	8.579317605797379e-03	8.579369628352634e-03	8.579317519504139e-03	8.579317519504139e-03	4349.37
24	8.57936922596669e-03	1.995129706809789e-11	8.579369290184538e-03	5.188516644327610e-08	8.579317405018109e-03	8.579369376654237e-03	8.57931752022764e-03	8.57931752022764e-03	4354.75
25	8.57936928089343e-03	7.9892580724887285e-12	8.579369272087265e-03	5.188713581555235e-08	8.579317415551447e-03	8.579369307447970e-03	8.579317504063906e-03	8.579317504063906e-03	4355.23
Promedio	8.579474965533157e-03	1.625411197852592e-08	8.579437123151754e-03	5.488627655882501e-08	8.579382237239192e-03	8.579509042685833e-03	8.579453529136902e-03	8.579453529136902e-03	4265.01

Tabla C.12: Ganancias del controlador PD obtenidas con ED Current to Best 1.

Corrida	Ganancias del controlador PD para min(\bar{J})					Ganancias del controlador PD para max(\bar{J})						
	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kd_2^*	kp_1	kp_2	kp_3	kd_1	kd_2	kd_3	
1	2057.6745010	2062.4631208	750.2317954	24.9252980	12.4835978	5.5511016	2135.7570548	1877.7110897	653.1054947	22.8442262	11.1236044	5.2653672
2	1700.3549411	3831.6620529	1674.8553960	24.9650899	20.7411982	15.2227987	1814.9267199	3583.5078554	1385.5509807	24.3397849	20.1014350	11.3107710
3	1720.3968491	4515.5492900	682.7199470	24.9562656	23.2936989	9.1374886	1646.1658126	4516.0976302	760.9588876	24.7947567	23.5447470	9.4575387
4	1784.0255145	4883.1354531	71.3930224	24.9842035	24.7485497	9.7731170	1778.9523415	4655.4000122	421.6247673	24.9326825	24.5131283	10.3829820
5	1822.5745286	4883.2352661	1205.9556400	24.9966699	24.9163482	12.5834679	1777.3975497	4881.7202929	171.9373420	24.9870386	24.7536825	11.4401867
6	1845.3830490	4906.8851952	632.7318866	24.9983171	24.9470263	12.1487296	1834.3874052	4905.3478174	385.4436439	24.9833730	24.8829391	12.0772312
7	1826.8261451	4914.2852151	858.2436417	24.9983223	24.9695473	11.2809843	1853.5701253	4914.5309655	1514.6106131	24.9932658	24.9811515	11.9223813
8	1833.2712111	4921.2443827	1921.6422485	24.9999043	24.9742811	15.6665791	1830.3382874	4909.8393518	1706.9489262	24.9985851	24.9655433	12.2407054
9	1835.8064640	4931.7649615	2417.2015012	24.9996655	24.9909501	15.2246146	1832.6345923	4925.6899021	2157.0005089	24.9991701	24.9865496	14.7730518
10	1833.9840762	4934.9926594	2098.1473674	24.9998725	24.9951107	11.8704975	1834.6612359	4933.1118210	1984.6499585	24.9997083	24.9924538	11.9322711
11	1831.1489159	4935.6700778	2166.0949526	24.9999052	24.9998040	13.5577431	1831.3188646	4936.7342334	2123.7632058	24.9998387	24.9977774	13.2523411
12	1829.5391984	4937.1561203	2058.6072752	24.9999614	24.9998201	12.8851898	1830.7730895	4935.8304873	1977.9120953	24.9998923	24.9997171	12.4941927
13	1829.6367280	4936.9752959	2340.8770515	24.9999915	24.9999876	14.9510565	1829.3271210	4937.4057357	2264.1798602	24.9999909	24.9994792	14.7711235
14	1829.8010704	4938.0973259	2408.3431349	24.9999980	24.9999946	14.7982260	1829.3913012	4937.9614410	2442.8253102	24.9999929	24.9999171	14.9527268
15	1568.0894844	2573.8230876	851.9675533	24.6621453	20.1223105	15.7921464	1477.9161268	2761.6943370	843.9762344	21.2255021	21.0455540	15.0242705
16	1699.8272804	2535.0951804	593.6774013	24.9749554	21.6108338	13.4549732	1617.6138053	2517.6700190	439.3201799	24.2742489	20.1443474	13.7003523
17	1912.2780698	3564.1425160	2320.4907400	24.9761987	18.5330285	15.1416481	1902.9139034	3346.1221337	2071.1186547	24.8389052	18.4636543	13.8854451
18	1864.7450617	4478.6082457	1699.9324175	24.9665496	24.6694452	13.3738272	1870.2539386	4426.8085940	2106.1710705	24.8249023	22.7292422	13.6028101
19	1923.6658333	4864.3357226	1862.7517012	24.9899623	24.9222338	14.0927587	1899.4047973	4752.4371293	1608.2240124	24.9574498	24.3808573	13.3635292
20	1842.2827858	4861.8356342	1113.2553384	24.9981643	24.8380999	10.8417073	1852.0574988	4830.8917089	1206.3313514	24.9933051	24.7125822	11.3538644
21	1838.3880269	4918.0264959	1194.8408469	24.9983434	24.99818675	8.5538982	1849.1472832	4933.5705472	1173.4175782	24.9943158	24.9372517	9.5580022
22	1825.8888681	4933.7801128	1068.7300801	24.9990428	24.9951967	5.8061166	1832.5087353	4920.6926490	950.3643806	24.9988019	24.9573748	7.3166272
23	1833.4456627	4935.0922120	1073.5385935	24.9998372	24.9998632	7.8846901	1827.5160730	4928.8513020	950.8964703	24.9996614	24.9886504	7.8012507
24	1829.7133207	4934.3749542	1065.7824141	24.9999841	24.99987309	10.7696965	1830.8954576	4934.4171755	873.4091104	24.9999471	24.9983373	8.5865421
25	1830.1453711	4937.1549580	1141.3112011	24.9999192	24.9992026	9.4345131	1831.2441868	4935.8993885	980.3157796	24.9998627	24.9983356	7.9528547
Promedio	1821.9557183	4482.7754214	1410.9329259	24.9755427	23.6292291	11.9919028	1818.0429321	4445.5977460	1326.1622567	24.6791683	23.3933325	11.5367368

ED - Current to Rand 1 Bin

Tabla C.13: Análisis estadístico con los resultados del algoritmo ED Current to Rand 1 Bin.

Table with columns: Corrida, Promomax(J), sigma_err, min(J), Jc*, Jc, max(J), Jmax, Jmax, Tiempo |s|. The table contains 25 rows of data for individual runs and a final 'Promedio' row. Each cell contains numerical values and error bars, with some values in bold (e.g., 8.5793173685844831e-03).

Tabla C.14: Ganancias del controlador PD obtenidas con ED Current to Rand 1 Bin.

Corrida	Ganancias del controlador PD para min(\bar{J})					Ganancias del controlador PD para max(\bar{J})					
	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kd_2^*	kp_1	kp_2	kp_3	kd_1	kd_2	kd_3
1	2021.7040242	2695.8912863	369.4645520	24.5537952	16.5765512	1332.7345062	2720.4604770	1367.0283737	19.6553250	14.3201561	7.4812142
2	1724.6939343	4136.5464475	1286.3441706	24.9337048	21.2936334	1687.0017989	3891.6928204	1299.0223333	23.2592865	19.9398319	9.9600449
3	1788.2847269	4705.9618481	715.5212296	24.9428744	24.4976403	1813.2811627	4499.0565100	811.9498472	24.4812242	23.4713744	12.1005184
4	1829.5402507	4823.0416450	1801.7147778	24.9789545	24.5095537	1793.3493401	4572.1569093	2329.6852627	24.8626949	23.9934452	12.3160504
5	1824.1439062	4847.0126289	1468.4175616	24.9980393	24.8627515	1814.2389140	4789.7523798	2182.3769427	24.9654970	24.1770912	17.7182172
6	1824.8701467	4925.9232506	832.2326087	24.9899579	24.9367121	1836.4752994	4850.0728400	1508.9117713	24.98320413	24.6236090	14.2575683
7	1831.1693693	4913.9895256	1527.8933760	24.9960953	24.9890817	1827.2481127	4903.7172248	1398.9774073	24.9870248	24.8830147	14.9173129
8	1823.9483898	4928.2812013	1227.1566553	24.9990470	24.9893713	1834.1337216	4912.1692691	2463.7524180	24.9975184	24.9172869	16.5163934
9	1818.5731063	4933.9750078	2213.4603158	24.9993774	24.9953041	1833.2200798	4941.5014897	2539.6676145	24.9973304	24.9837189	17.3678047
10	1831.1825785	4936.5943661	2583.7359064	24.9996852	24.9974905	1833.1309860	4936.8369600	1928.9684997	24.9989533	24.9916572	11.6164278
11	1835.1411604	4937.3807059	1817.7435594	24.999747	24.9985797	1828.4986742	4932.8236874	1583.1707111	24.9996955	24.9942955	11.5499294
12	1831.3805674	4936.4915963	1698.4963633	24.9999752	24.9998851	1830.3227412	4936.1647175	2479.5011760	24.9999686	24.9944936	17.0496611
13	1831.0800349	4937.4778741	2228.3957443	24.9999965	24.9999623	1829.4875055	4938.8038428	2268.2430598	24.9998643	24.9984260	12.9748704
14	1830.2826765	4937.8312729	2531.2048434	24.9999560	24.9998800	1829.5717756	4937.8332120	2581.3868576	24.9998822	24.9980424	15.0827008
15	1829.7152393	4937.4600521	2258.9415465	24.9999939	24.9998411	1829.3589549	4937.5167189	2328.8713104	24.9999629	24.9995293	15.4080634
16	1830.1407328	4937.4781660	2584.4419639	24.9999556	24.9999977	1829.5580419	4936.8949700	2427.0290333	24.9999727	24.9997697	14.7795058
17	1830.1141159	4937.7677984	2529.8598269	24.9999989	24.9998833	1830.6343638	4938.3725182	2473.5795429	24.9999936	24.9996734	15.9258806
18	1829.8349786	4937.8793042	2558.6393532	24.9999980	24.9998877	1830.1032403	4938.1866291	2227.0625060	24.9999925	24.9998556	14.1715149
19	1830.0870368	4937.8766770	2506.1703819	24.9999986	24.9999804	1830.0703300	4936.9747617	2474.5997581	24.9999896	24.9999232	15.6482133
20	1829.7805773	4938.1257212	2425.4794030	25.0000000	24.9999738	1830.6443646	4938.3962769	2315.0464505	24.9999926	24.9999469	15.0506808
21	1829.9006330	4937.4039997	2476.5828213	24.9999991	24.9999742	1829.4708520	4937.8071888	2340.7302821	24.9999932	24.9999148	15.5239832
22	1830.2792697	4937.8626235	2468.9337386	24.9999998	24.9999764	1829.3779378	4938.2452305	2388.6122639	24.9999928	24.9999354	15.7067184
23	1829.3653645	4937.9204601	2614.6292627	24.9999983	24.9999677	1830.5949793	4938.0859885	2471.3999782	24.9999889	24.9999110	16.1908675
24	1830.1343776	4937.8405186	2390.8385860	24.9999981	24.9999946	1829.9477778	4936.9294297	2416.7729143	24.9999948	24.9998157	15.4656211
25	1830.1865926	4937.7819964	2572.3556318	24.9999983	24.9999952	1830.1532625	4937.4914991	2518.9151818	24.9999896	24.9999349	15.9477444
<i>Promedio</i>	1831.0213516	4796.4718389	1987.5461672	24.9757029	24.4658868	1802.1043489	4763.1177621	2125.0104598	24.6874988	24.2113861	14.4290381

ED - Current to Best 1 Bin

Tabla C.15: Análisis estadístico con los resultados del algoritmo ED Current to Best 1 Bin.

Table with 16 columns: Corrida, Prom_max(J), sigma_err, min(J), J_e^*, J_e, max(J), J_max, J_max, J_max, Tiempo |s|. Rows 1-25 and a Promedio row.

Tabla C.16: Ganancias del controlador PD obtenidas con ED Current to Best 1 Bin.

Corrida	Ganancias del controlador PD para min(\bar{J})					Ganancias del controlador PD para max(\bar{J})						
	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kd_2^*	kd_3^*	kp_1	kp_2	kp_3	kd_1	kd_2	kd_3
1	1981.8760381	2903.1166837	693.0814952	24.9740870	18.3515147	7.3975056	1562.5461823	2600.2858536	492.1905705	21.9357276	17.4331368	7.5197794
2	1873.5654646	4154.7818582	1126.0650893	24.9522379	22.0191117	7.3203995	1756.5086497	3705.7514857	283.0776963	24.5142839	20.2221971	3.2830506
3	1798.5669780	4685.2838634	546.8362199	24.9929317	24.7228531	4.9766934	1812.2094551	4318.3692032	735.9711748	24.9688741	23.7435271	7.1915682
4	1815.3729677	4905.8264538	1360.0391207	24.9988677	24.9820096	8.3283208	1815.7189334	4812.5685807	1449.0040228	24.9811331	24.7281691	9.3130302
5	1827.4205965	4932.8323089	1045.7439811	24.9998272	24.9862484	9.7848214	1842.8531577	4912.9836854	942.3953124	24.9977917	24.9148520	9.7569934
6	1829.2329633	4937.5551974	1600.8331482	24.9998748	24.9988324	12.7475983	1826.4160845	4933.4897124	1605.8209258	24.9992617	24.9900969	13.7449500
7	1829.4529702	4937.6178572	1752.2194762	24.9999995	24.9995821	10.6043018	1829.9930067	4937.1171095	1617.7370053	24.9995908	24.9959081	11.2358341
8	1829.6750988	4937.8131646	1924.0311666	24.9999996	24.9999752	12.0787018	1830.3302318	4936.8906122	1733.1294072	24.9999566	24.9996743	11.2615579
9	1829.9487319	4937.6724834	2272.5272464	24.9999962	24.9999777	13.8611236	1829.7957108	4937.4034161	2217.8670522	24.9999926	24.9998286	14.0715728
10	1829.9523240	4937.7443024	2382.4354035	24.9999996	24.9998991	14.8450414	1830.2151618	4937.8637289	2351.3945459	24.9999977	24.9999406	14.1750666
11	1829.8787758	4937.8218083	2423.7231671	24.9999995	24.9999965	14.8932184	1829.8924220	4937.8701823	2372.9917389	24.9999994	24.9999924	14.3602402
12	1829.9903792	4937.7893226	2507.7840262	25.0000000	24.9999992	15.4178148	1829.7992542	4937.7468505	2427.5989194	24.9999997	24.9999994	15.1648926
13	1829.9548013	4937.8334227	2538.1440725	25.0000000	24.9999997	15.6465287	1829.9759148	4937.8560699	2499.6088524	24.9999998	24.9999970	15.4058331
14	1829.9615400	4937.8623134	2569.9324634	25.0000000	24.9999996	15.8163126	1829.9927236	4937.8939169	2538.8753953	24.9999999	24.9999993	15.6458847
15	1829.9603300	4937.8574316	2571.1407341	25.0000000	24.9999999	15.8508596	1829.9486973	4937.8192469	2568.0038663	24.9999999	24.9999996	15.7973598
16	1829.9606868	4937.8592120	2580.9109945	25.0000000	24.9999999	15.8883354	1830.0102152	4937.8140805	2571.9841823	25.0000000	24.9999995	15.8751985
17	1829.9436763	4937.8661332	2575.4298634	25.0000000	25.0000000	15.8620074	1829.9349722	4937.8559999	2552.4264994	25.0000000	24.9999997	15.8256389
18	1829.9599201	4937.8680876	2591.6111930	25.0000000	24.9999999	15.9527403	1829.9361760	4937.8530216	2577.3807092	25.0000000	24.9999916	15.8922337
19	1829.9626414	4937.8435054	2576.0383914	25.0000000	25.0000000	15.8942233	1829.9676961	4937.8235928	2579.7560035	25.0000000	24.9999977	15.9313347
20	1829.9839244	4937.8795270	2577.1949513	25.0000000	25.0000000	15.8904419	1829.9897988	4937.8222658	2576.7075042	25.0000000	24.9999991	15.8775857
21	1829.9726519	4937.8588052	2576.0619595	25.0000000	25.0000000	15.8894915	1830.0035991	4937.8999272	2579.4828398	25.0000000	25.0000000	15.9148955
22	1829.9861983	4937.8594715	2578.7947625	25.0000000	25.0000000	15.8976520	1829.9495288	4937.8708890	2579.1012952	25.0000000	24.9999996	15.9075361
23	1829.9703640	4937.8584914	2579.9614616	25.0000000	25.0000000	15.9016937	1829.9514793	4937.8839167	2580.5407326	25.0000000	24.9999999	15.9249184
24	1829.9666434	4937.8719312	2574.7907208	25.0000000	25.0000000	15.8890080	1829.9877706	4937.8601316	2570.9488365	25.0000000	25.0000000	15.9208762
25	1829.9716257	4937.8618518	2578.5322866	25.0000000	25.0000000	15.9021609	1829.9878614	4937.8778746	2577.2387182	25.0000000	24.9999995	15.8830076
Promedio	1835.7795317	4813.5214195	2124.1545351	24.9967128	24.6023643	13.5415598	1815.4398276	4764.0188142	2063.2493522	24.8558791	24.4410922	13.4752336

PSO

Tabla C.17: Análisis estadístico con los resultados del algoritmo PSO.

Corrida	$Prom_{max}(J)$	σ_{var}	J_1^*	J_2^*	$max(J)$	J_{max}	J_{max}	N_{max}	Tiempo [s]
1	2.0000000000000000e+78	1.414213562373093e+79	8.579413595494551e-03	5.31003692049608e-08	8.5793760493125346e-03	8.5793760493125346e-03	8.5793760493125346e-03	5.400.23	
2	8.579609163630700e-03	4.086230320222818e-07	5.2418938930506649e-08	8.5793828483841059e-08	8.5793828483841059e-08	8.5793828483841059e-08	8.5815978558349126e-03	5402.62	
3	8.58047009974642e-03	1.106901287191514e-06	8.57940305723372e-03	5.393828483841059e-08	8.5793828483841059e-08	8.5793828483841059e-08	8.585004374928718e-03	5378.79	
4	8.581814214965101e-03	2.47079033530311e-06	8.579640803300773e-03	6.368248000207594e-08	8.579577120819871e-03	8.579577120819871e-03	8.5936648258012562e-03	5375.25	
5	8.58180062333784e-03	1.907503005150628e-06	8.579518830131298e-03	4.580522770099587e-08	8.579500024903538e-03	8.579500024903538e-03	8.586074603129212e-03	5387.45	
6	8.584227046692472e-03	1.00426141337328e-05	8.5794188343147621e-03	4.171766220104443e-08	8.57937712545429e-03	8.57937712545429e-03	8.611182740560174e-03	5382.46	
7	8.582787061521782e-03	3.47583425713697e-06	8.579711310680690e-03	6.0441369166015191e-08	8.579690869111530e-03	8.579690869111530e-03	8.593547131014867e-03	5378.01	
8	8.582412925743095e-03	3.32848431205773e-06	8.579467421951748e-03	5.471058388854997e-08	8.579412711367862e-03	8.579412711367862e-03	8.592526941064221e-06	5385.27	
9	1.8653893192740372e+40	1.292704780654493e+41	8.579982961639529e-03	6.352006012959342e-08	8.5501117597219e+41	8.5501117597219e+41	8.592526941064221e-06	5384.31	
10	8.58328712405489e-03	4.167679008574058e-06	8.579571758144400e-03	5.315869491183869e-08	8.57951859449089e-03	8.57951859449089e-03	8.601032153838420e-03	5380.89	
11	1.0743315791652421e+39	6.185931214230553e+39	8.579676386245313e-03	5.224044594611371e-08	8.579624145799397e-03	8.579624145799397e-03	8.25108605548480e+40	5384.24	
12	8.583574203048080e-03	4.803552935188317e-06	8.579676386245313e-03	5.175103542915930e-08	8.579628231927291e-03	8.579628231927291e-03	8.30625982100925e-04	5386.52	
13	8.583768545395731e-03	5.985770856511706e-06	8.580139390742865e-03	3.253777138764296e-08	8.580107392971478e-03	8.580107392971478e-03	8.608518821910714e-03	5381.15	
14	8.584046477711953e-03	5.432071583968691e-06	8.579662860081757e-03	6.65031632145400e-08	8.579496354765459e-03	8.579496354765459e-03	8.5987532427684895e-03	5388.37	
15	8.5960503432040e-03	7.572323807105378e-05	8.5796419442719554e-03	4.4132427633835674e-08	8.579605310291916e-03	8.579605310291916e-03	8.689495713202348e-03	5376.30	
16	8.582379027647838e-03	3.461000375366652e-06	8.579740800727614e-03	5.0941186399943569e-08	8.57960885863614e-03	8.57960885863614e-03	8.595982915812086e-03	5377.45	
17	8.583185206725899e-03	4.256706862360971e-06	8.579666592241918e-03	7.1431274078133301e-08	8.579595160968881e-03	8.579595160968881e-03	8.599172906122351e-03	5387.75	
18	8.595388882503580e-03	8.099962734189402e-05	8.579635818970080e-03	5.243774078133301e-08	8.5794833812292999e-03	8.5794833812292999e-03	8.75088938655068e-03	5379.90	
19	5.603091102826601e+06	3.961987908345569e+07	8.579639142230396e-03	4.642501329389002e-08	8.579483716317102e-03	8.579483716317102e-03	8.800883012099001e+08	5378.96	
20	3.729375807741958e+37	2.633248546628089e+38	8.57960826079947e-03	4.596632441881201e-08	8.579562927545927e-03	8.579562927545927e-03	1.8619579059674842e+30	5383.96	
21	8.582638524605799e-03	4.029083275776183e-06	8.579659679210718e-03	5.3539544412358290e-08	8.579606130666596e-03	8.579606130666596e-03	2.321152517765584e-07	5384.89	
22	8.58348488957481e-03	3.8737080805857143e-03	8.579903523255193e-03	5.095050533489682e-08	8.57985281998358e-03	8.57985281998358e-03	8.59337222549009e-03	5377.22	
23	8.585907968312875e-03	1.232284899762434e-05	8.579588857789554e-03	6.353367785772296e-08	8.579525353501098e-03	8.579525353501098e-03	8.636207569790317e-03	5382.23	
24	8.58690120855838e-03	1.930101116081146e-05	8.579713722145554e-03	4.9612520466800491e-08	8.5796707886755184e-03	8.5796707886755184e-03	8.69659385469888e-06	5382.48	
25	8.58381512655955e-03	7.58676978938066e-06	8.579867871192033e-03	6.691477335404922e-08	8.579800956418679e-03	8.579800956418679e-03	8.632888041642955e-03	5382.37	
Promedio	8.0000000000000000e+76	5.656854249492373e+77	8.579642845808210e-03	5.365838221717821e-08	8.579589187425995e-03	8.579589187425995e-03	8.63243366427659e-03	5383.36	

Tabla C.18: Ganancias del controlador PD obtenidas con PSO.

Corrida	Ganancias del controlador PD para $\min(\bar{J})$					Ganancias del controlador PD para $\max(\bar{J})$						
	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kd_2^*	kd_3^*	kp_1	kp_2	kp_3	kd_1	kd_2	kd_3
1	1830.8049101	4360.8683088	998.8688035	24.9999701	22.1567632	15.0044759	2745.5808467	5071.7555043	664.7727273	6.0235984	0.0331299	82.90866399
2	1819.1130614	4933.7281868	2093.2488131	24.9234165	24.9941513	18.4197317	2605.8898826	784.9357255	651.1549815	24.9488312	10.7962943	8.95934445
3	1805.9817436	4547.7003694	1112.2364965	24.9622873	23.5509732	12.4335385	1240.2042984	3226.0497350	4.5213240	12.1979972	24.9650040	11.9825785
4	1676.9080690	3818.2452388	519.5948688	24.1174609	20.0545009	11.9695064	1030.9476664	2908.2764694	1523.5998802	8.0607513	16.5450242	12.8741726
5	2007.2054463	4146.3065493	2578.1027270	24.5864799	23.1927108	14.8908515	348.7822980	3100.2541209	2578.2397309	22.5588932	23.5278454	16.2547901
6	2068.0217806	4905.8325863	1757.8224475	24.9963897	24.9284403	11.9936130	638.6432753	60.5184357	1585.6894850	8.8139865	5.0020005	8.7381128
7	1689.1561539	4565.9879145	2726.4642915	23.3776612	24.8006324	14.1323997	211.1557055	916.1367783	580.2654765	18.2381298	11.8321606	3.3380257
8	1810.1682816	4168.5093179	498.3186214	24.7904367	22.1997772	4.6172275	252.6703923	527.3449893	2558.4105957	17.8159458	9.2359264	14.6885019
9	1956.7313731	2260.2700205	816.4955692	24.1271621	20.8615320	9.9919198	127.9016326	3584.8901353	2049.5029848	24.6330671	14.2007004	15.2901649
10	1838.3146677	4176.8064880	2894.5785761	24.2580120	23.8386633	18.2410957	993.4921880	3925.0203963	2951.1569185	6.9443805	24.3198969	18.4083757
11	1922.4557591	3453.9984956	2473.1449187	24.2513580	23.1649802	15.8456276	4011.2805633	3706.1619513	1014.8704457	19.4512893	17.0807185	15.7001549
12	1980.6833071	3104.3982007	2913.3220297	24.5827651	15.7334023	15.7866799	2196.5743236	2248.8497555	1327.1103738	12.5630843	14.2349391	11.5211143
13	2545.9832056	3737.4520863	1456.0543351	24.2596984	22.6048923	13.4558328	206.5978804	2536.5615702	1823.9611816	3.4303476	16.1594462	11.8073687
14	1673.4263130	3343.8859427	125.2613713	24.9462139	17.0946525	11.8292672	2050.4068250	98.0744694	2255.8594866	18.2220525	21.0730135	14.6047415
15	2064.5775885	3987.2696007	890.1193499	24.3093649	22.0037976	8.4569401	1474.6737274	15.1520485	958.8968040	9.8784093	13.1101168	5.8088179
16	1937.8173605	3553.6397613	1921.7796803	23.8760123	22.7308979	14.1992038	2581.1008827	150.2111094	2557.4118123	17.9924980	17.6729792	13.0902284
17	1543.3228110	4558.9363130	1744.3784797	23.8107644	24.6401665	9.1431084	1224.6913264	871.4533308	1443.9550861	8.3750540	12.8322365	10.6639186
18	1928.0341879	3367.3943556	2435.4540133	24.9848842	18.7760764	18.4146150	18.9075652	2809.8196785	66.9483096	4.0112480	24.2375596	7.94933592
19	1974.7881240	4371.3194443	1730.5999287	24.5116800	23.9190826	15.9512704	4464.0824921	347.1589247	429.8143708	23.2145607	1.4244222	14.0204954
20	2055.3543860	3622.6877965	1984.0288179	24.6514094	19.7395673	11.9657703	1292.3429822	2340.9850447	1401.3012472	5.0680759	24.5479783	17.3266671
21	1819.4452798	4330.4446640	383.7988193	23.7516522	23.1719401	2.0632285	805.9190166	3470.9907107	1242.6422797	5.6712087	19.0111154	9.7466816
22	2174.0446046	2530.0625070	2586.9177368	24.5418330	17.7886292	19.2692868	761.8746108	1285.8787541	2718.2166796	6.1243216	17.7049800	15.8551426
23	1687.7646611	3695.6842923	2513.4455035	24.4904909	18.8014161	15.0360566	4462.5295962	3991.0922615	1263.2507144	23.1326349	22.6822160	12.0037948
24	1935.8750207	3871.7162278	1177.9706614	23.8582747	23.7654056	15.6632778	3788.4828073	161.8140328	385.2475632	19.4260132	3.4235017	6.7472819
25	1874.6979007	2285.5844716	2551.7414128	24.5436082	22.2805290	15.9384149	3894.8810391	496.5111732	116.7946300	20.3849901	10.0335517	2.7281660
Promedio	1904.8270399	3827.9498856	1715.3499309	24.4203714	21.8717432	13.3885976	1737.1845530	1945.4358922	1366.1438028	13.8873748	15.0275103	14.5206656

BA

Tabla C.19: Análisis estadístico con los resultados del algoritmo BA.

Corrida	$Prom_{max}(J)$	σ_{err}	J_1^*	J_2^*	$max(J)$	J_{max}	Tempo [s]
1	8.586408843507224e-03	8.394647839543268e-08	1.549465718972255e-07	8.586205780049499e-03	8.586833366010806e-03	1.547718178248918e-07	5398.58
2	8.585254364298125e-03	1.689283188194962e-08	6.145929721537948e-07	8.584629603187555e-03	8.585316029651931e-03	6.139253902540032e-07	5401.03
3	8.581653768766698e-03	1.618840945787935e-08	2.304384636262025e-07	8.581411927064011e-03	8.581707439501294e-03	2.303995421931044e-07	5395.98
4	6.315385076647519e+40	2.5664423434907116e+41	8.579871601310094e-03	6.801500857616840e-08	1.573378659070409e+42	1.3153677747207020e+37	5400.16
5	4.000000000000000e+78	1.979486637221575e+79	8.579717820062118e-03	3.343058528893275e-08	1.000000000000000e+80	NaN	5401.41
6	3.801068724866838e+39	1.328271739917505e+40	8.57965352979289e-03	6.7591030117684106e-08	6.607507909677475e+40	6.607447662670532e+40	5397.97
7	2.000000000000000e+78	1.414213562373994e+79	8.580444906234635e-03	1.099221201819553e-07	1.000000000000000e+80	NaN	5400.90
8	8.581012192101126e-03	5.06971333623866e-08	7.011642768898432e-08	8.580900211513262e-03	8.581143177925405e-03	7.000689289813858e-08	5402.11
9	8.000000000000000e+78	2.740475156178697e+79	8.579445292564304e-03	6.42030672545124e-08	1.000000000000000e+80	NaN	5406.74
10	8.587469693408015e-03	2.208438287909884e-07	8.587272311631205e-03	3.2592020813430209e-07	8.58070458716122e-03	3.251183889459777e-07	5399.44
11	8.580345320221568e-03	4.531636921931895e-08	8.580311852072416e-03	6.415058606117109e-08	8.58047141504398e-03	6.403347780729085e-08	5402.40
12	8.58104647746738e-03	3.640501539641755e-08	8.581015367624238e-03	1.490962242697198e-07	8.581131440939015e-03	1.489238279583048e-07	5404.87
13	8.58098842205138e-03	4.649180613391083e-08	8.580954590707481e-03	1.242881960112554e-07	8.581155266626202e-03	1.241068178296704e-07	5405.67
14	8.5827903790897e-03	4.931200383015865e-08	8.58024562697208e-03	6.815313169659248e-08	8.580382413482588e-03	6.802685540793974e-08	5397.81
15	8.579754990510495e-03	3.158981321560054e-08	6.972681390227615e-08	8.579667296147975e-03	8.579830022135842e-03	6.960938972353683e-08	5399.36
16	8.581887339409856e-03	7.847156641882223e-08	1.493506589816876e-07	8.581684397272798e-03	8.582075625279587e-03	1.489830879152395e-07	5397.18
17	8.000000000000000e+78	2.740475156178696e+79	8.579190513367876e-03	5.00047324343249e-08	1.000000000000000e+80	NaN	5397.01
18	8.580541890395432e-03	4.50386522689610e-08	1.059430068990612e-07	8.580408760096164e-03	8.580606853936899e-03	1.057884380889116e-07	5400.38
19	4.000000000000000e+78	1.979486637221574e+79	8.579871347333616e-03	4.441949245354027e-08	1.000000000000000e+80	NaN	5405.14
20	8.580679318003583e-03	9.325007444573791e-08	8.580627995318582e-03	6.213812198202614e-08	8.580055942794505e-03	6.197197493068455e-08	5397.49
21	8.580507574447029e-03	6.1212855083888e-08	8.580460828380345e-03	1.038105968962009e-07	8.580644043861462e-03	1.039462373836374e-07	5396.88
22	1.000000000000000e+79	3.094507653656633e+79	8.579520710340301e-03	7.007100084047410e-08	1.000000000000000e+80	NaN	5399.18
23	8.580808081067730e-03	1.013835352705124e-07	8.580710175924976e-03	8.271566978084252e-08	8.580990376754559e-03	8.242752035777525e-08	5397.73
24	1.400000000000000e+79	3.50598327538657e+79	8.5797617553584107e-03	6.887601846183200e-08	1.000000000000000e+80	NaN	5398.37
25	8.583451456320189e-03	1.866853062926765e-07	8.58333972803795e-03	1.768087162419125e-07	8.58386928122510e-03	1.760735850275756e-07	5398.34
Promedio	2.000000000000000e+78	6.955877244147572e+78	1.251856728803280e-07	8.58093897667121e-03	2.800000000000000e+79	NaN	5400.08

Tabla C.20: Ganancias del controlador PD obtenidas con BA.

Corrida	Ganancias del controlador PD para min(\bar{J})					Ganancias del controlador PD para max(\bar{J})					
	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kd_2^*	kp_1	kp_2	kp_3	kd_1	kd_2	kd_3
1	1015.7515300	3077.2301462	294.0830233	10.5858186	15.5965279	12.4571185	3077.2231338	294.0657895	10.2853373	15.6158522	12.4367780
2	503.4197642	2465.8383148	1580.6939428	15.5956421	21.6709189	8.0834463	2465.8420597	1580.6823177	15.3156976	21.6768102	8.0906680
3	2192.2750073	766.2539002	640.7537378	24.5460817	22.7398414	11.0348864	766.2548973	640.7734715	24.2931858	22.7381912	11.0145736
4	1825.7799389	2317.0913629	1201.8800757	27.4750169	17.6347669	11.4954174	2317.0959167	1201.8781938	5.3986638	17.6429708	11.4953871
5	2590.3148094	3397.3157023	1651.4243438	25.8961711	18.1639851	17.5463066	3397.3171071	1651.4038945	1.2561573	18.1685388	17.5448100
6	1766.2747706	2597.0944917	2576.3743639	25.1838287	20.6200447	12.9942323	2597.0946088	2576.3784464	1.1461040	20.6259493	13.0065933
7	2248.0198616	1171.9330693	2024.0672024	25.7991003	7.2524452	18.8132147	1171.9408709	2024.0764952	1.6387209	7.2608799	18.7974217
8	1739.2482754	2461.3462484	1941.6795990	20.0176883	23.0555163	17.8953643	2461.3758604	1941.7103123	19.5578610	23.0468833	17.8885272
9	1992.4906645	2186.0906604	1600.4150638	27.1884274	21.2316804	11.4390870	2186.1154505	1600.4216460	0.7544537	21.2194626	11.4277302
10	687.5238128	2706.7431236	1147.6506126	9.4528685	15.3193660	10.1576006	2706.7509600	1147.6868258	8.8759704	15.3550800	10.1238611
11	1846.8937643	2448.8486602	2164.6702159	22.3165754	13.1258381	11.4498064	2448.8592562	2164.7320818	21.7509103	13.1424745	11.4384357
12	1498.3945075	1162.4059994	924.6710232	22.6337267	6.5683295	14.9666207	1162.4221434	924.7095696	22.0677829	6.5942735	14.9272701
13	1678.1413001	1279.5174730	2860.8581066	22.2586405	16.9299840	18.2896203	1279.4581527	2860.9034279	21.4655669	16.9544207	18.3220196
14	1703.7097520	2794.8199274	895.5663713	22.0654917	18.6250663	12.9719922	2794.8198011	895.5947053	21.5396234	18.6136317	12.9951381
15	1744.9756234	2520.8022531	233.8821471	24.8286803	19.5555571	4.0906458	1744.9869440	233.8931235	24.3171449	19.5867133	4.1137030
16	1198.9920380	1638.6650432	269.7421519	18.2543574	21.7986060	4.8025032	1638.6774349	269.7935617	17.5003959	21.8138939	4.7874751
17	2001.1291943	3335.5893869	687.7528818	27.0217341	19.7852287	11.2125893	3335.6086964	687.7638160	5.1515335	19.7805873	11.2029243
18	1779.7320187	1394.5690292	346.8739432	23.6598826	10.8700574	7.8572771	1394.5809098	346.9012067	22.9967187	10.8528060	7.8989098
19	2351.1073128	2723.9023955	1769.8481317	27.1981930	22.5193414	9.1434571	2723.8837113	1769.8497559	0.1081360	22.5180863	9.1455309
20	1979.3466997	2215.5021117	2603.5705269	21.8067118	11.9567809	18.9829702	2215.4972715	2603.6274110	20.8837328	11.9372882	19.0586370
21	1559.6008524	1716.7061983	2178.0600125	22.9971401	24.0705395	18.2159544	1716.7241548	2178.0664300	22.1199415	24.0812556	18.2337896
22	1773.5798033	2391.9681952	703.5078165	26.3297874	16.1327223	5.2901620	2391.9539096	703.5473774	3.1724510	16.1520777	5.3181136
23	1498.3803108	2871.1097463	1407.3201610	20.1784973	22.693740	13.4932203	2871.1129010	1407.3690562	19.2634200	22.2931210	13.5104724
24	2383.4651741	1683.3187382	924.6653020	27.3374584	22.0943117	9.9528898	1683.3485194	924.6256580	1.1989724	22.0822267	9.9531989
25	997.4402269	2093.3123986	782.8230467	14.2251145	18.7567559	7.9026599	2093.3054427	782.8256580	13.1497511	18.7313949	7.9682166
Promedio	1702.2394805	2216.7190051	1336.5133521	22.1941054	17.9342238	12.0215616	2216.7234012	1336.5339496	13.0083293	17.9393948	12.0280074

FA

Tabla C.21: Análisis estadístico con los resultados del algoritmo FA.

Corrida	$Prom_{max}(J)$	σ_{err}	$\min(J)$	J_1^*	J_2^*	$\max(J)$	J_{max}	J_{max}	Tiempo [s]
1	8.58165977194708e-03	5.080452349244e-06	8.579725762061602e-03	6.887349589122085e-08	8.579656878563010e-03	8.615678750945530e-03	6.762313403655114e-08	8.581202102140676e-03	5400.56
2	8.57971555572088e-03	6.158985054941200e-08	8.579667052899377e-03	6.552306035434896e-08	8.579601529839023e-03	8.579898420172390e-03	6.536809130582984e-08	8.579810747452918e-03	5393.05
3	4.195203068027088e+40	2.966456970764162e+41	8.579660915973762e-03	6.596601233541858e-08	8.579600949061427e-03	2.097601840125430e+42	6.4732928121181e-08	8.581004517677929e-03	5404.47
4	2.217165432636484e+40	1.567772712496863e+41	8.579803890210662e-03	7.558212900315424e-08	8.579728348838760e-03	1.108582716318924e+42	7.272893290077878e-08	8.588469502057832e-03	5390.45
5	8.580244114127598e-03	2.39808138878849e-06	8.579855046882317e-03	7.679062280548813e-08	8.579778373295912e-03	8.596865114150079e-03	7.642291636341849e-08	8.58008227981833e-03	5402.59
6	8.57952589018292e-03	1.30823378139770e-07	8.579610245816087e-03	5.724222260548336e-08	8.579453003396213e-03	8.580037162984161e-03	5.722254544304814e-08	8.579566835971792e-03	4545.45
7	8.57977757364531e-03	2.38859292281210e-07	8.579717569336801e-03	6.796388016362324e-08	8.579649605496638e-03	8.581397025390457e-03	6.778559192747402e-08	8.579898865269886e-03	5406.45
8	8.57970469669389e-03	1.634745360790267e-07	8.579622331073513e-03	6.272889968315347e-08	8.579559602173829e-03	8.58032838657212e-03	6.20745347274388e-08	8.580220342224205e-03	5399.94
9	8.579906586510124e-03	1.83165007566471e-06	8.579681458075525e-03	6.485672914530336e-08	8.592666730020453e-03	8.592666730020453e-03	6.439004610549689e-08	8.58012255083882e-03	5399.46
10	8.58062139364355e-03	7.431194400212036e-06	8.579525752291704e-03	6.068388525475758e-08	8.579465068506448e-03	8.632113427153790e-03	6.024641089590164e-08	8.579886802942379e-03	5399.46
11	8.58022867409805e-03	1.255975358175266e-09	8.58022727073897e-03	8.438855769228114e-08	8.580142881516205e-03	8.580231320005344e-03	8.44858985654883e-08	8.580146837526604e-03	5398.56
12	8.579667949642883e-03	7.246103341502445e-07	8.579497520392166e-03	5.584108098192983e-08	8.579441681351885e-03	8.584644168789500e-03	5.549563078679183e-08	8.579811771107275e-03	5397.88
13	8.580625384571417e-03	4.71419480279086e-06	8.579543698370445e-03	5.979642122167140e-08	8.579483802149224e-03	8.604281158928752e-03	5.6879763683873177e-08	8.601698302699308e-03	5398.23
14	8.579685563482353e-03	5.046210320252933e-07	8.579670479319386e-03	6.118612344899106e-08	8.579509293196137e-03	8.5839094927230948e-03	6.07119300605238790e-08	8.579595522549003e-03	5400.20
15	8.587878380192334e-10	8.4587878380192334e-10	8.579534951703934e-03	6.236192628972613e-08	8.57947258977105e-03	8.579537836365255e-03	6.241254255093389e-08	8.579475145264279e-03	5403.28
16	8.579508791669131e-03	6.903508652442781e-08	8.579474281021293e-03	5.626340709180385e-08	8.579418017614202e-03	8.579898348957317e-03	5.6028723943019222e-08	8.579632646860711e-03	5395.38
17	8.580284381120944e-03	1.255728935028434e-09	8.580282928245896e-03	9.254064333719373e-08	8.5801900387605258e-03	8.582086931101792e-03	9.266362429947794e-08	8.580194292032418e-03	5399.28
18	8.579291598497440e-03	2.959798400744170e-03	8.579810524543983e-03	7.049012247449406e-08	8.579740034424508e-03	8.581709470867194e-03	6.97938480139508e-08	8.580502025977047e-03	5395.58
19	8.581271963428646e-03	1.014019614570749e-05	8.579779149466567e-03	7.268268671981253e-08	8.57970646670847e-03	8.651527532195160e-03	7.153071444500120e-08	8.581000187424739e-03	5401.69
20	6.227548769679543e+39	4.403541958808908e+40	8.5796238341251292e-03	5.888513278683482e-08	8.579464920418505e-03	3.113776380313271e+41	4.57242328807864e+06	5.149816165489573e+11	5400.69
21	9.071145270778307e+39	6.4163886654424749e+40	8.579678838111228e-03	6.368080563763486e-08	8.579615470351690e-03	4.537072363537894e+41	6.23350606000202840e-08	8.5803939122238713e-03	5399.26
22	8.579596517393462e-03	5.2097939112029610e-08	8.57966367098599e-03	3.950162482873801e-08	8.5795904114573771e-03	8.5798365457324709e-03	5.9493713895959534e-08	8.579881862478401e-03	5393.72
23	8.579893853445021e-03	1.021139260914396e-06	8.579636550256772e-03	6.151346725121748e-08	8.579575936799522e-03	8.586499946089014e-03	6.026368590239794e-08	8.581356623969092e-03	4291.75
24	8.579740865613562e-03	1.034866334594855e-09	8.579739678388657e-03	7.032041130636302e-08	8.579669357977351e-03	8.579743135207773e-03	7.041104768554906e-08	8.579672545832823e-03	5399.59
25	8.579882905649925e-03	9.329567501251689e-07	8.579716573566343e-03	6.81960130120375e-08	8.579648377553326e-03	8.58632339231064e-03	6.78389921304079e-08	8.579978544526572e-03	5397.76
Promedio	3.177015406410325e+39	2.246480137806876e+40	8.579694239695020e-03	6.651105678868232e-08	8.579627698638232e-03	1.588507703205163e+41	1.828963307463781e+05	2.059926466196654e+10	5288.45

Tabla C.22: Ganancias del controlador PD obtenidas con FA.

Corrida	Ganancias del controlador PD para min(\bar{J})					Ganancias del controlador PD para max(\bar{J})					
	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kd_2^*	kp_1	kp_2	kp_3	kd_1	kd_2	kd_3
1	1779.3214501	2411.8635559	1648.8417290	13.3503101	11.7793335	1779.3108071	2411.7456818	1648.7663410	19.3553397	13.3503366	11.7797209
2	1786.5644148	2628.4208242	1715.3284761	14.2807503	16.2930219	1785.8465865	2624.4552934	1715.3330262	23.9054859	14.2766693	16.2999931
3	1771.8836101	2655.3212188	1647.7743988	13.5674849	15.5333737	1771.7301544	2655.3276561	1647.7378643	19.4559962	13.5673770	15.5333840
4	1723.7286864	2209.5416853	1507.5783179	11.3598458	11.1272055	1723.7775490	2209.5222148	1507.5777327	12.6333372	11.3593951	11.1261754
5	1770.7397929	2043.4504276	1725.4339941	12.0891661	15.2129202	1770.4576748	2041.5444417	1725.5496792	23.4404741	12.0904821	15.2145452
6	1815.1375788	3473.8137534	498.1577194	17.9861283	9.5450659	1813.5154895	3470.4354111	498.1495906	24.4260944	17.9861120	9.5489692
7	1780.9681325	2460.7522573	1452.3718577	12.5776022	11.3001639	1779.4768342	2458.8307660	1453.0847086	23.7041761	12.5745763	11.3093123
8	1800.3154680	2820.1393157	957.4203104	15.4612290	11.3091408	1800.3499265	2820.2042960	957.3816528	22.0087061	15.4613250	11.3262321
9	1815.0445870	2588.0808896	1235.3891823	18.9081361	14.4596018	1814.8744638	2587.8279552	1235.3974014	22.6244142	18.9079306	14.4585418
10	1762.5690417	3409.0442547	1463.0792074	22.2078533	13.0256454	1762.0257102	3407.4527379	1463.3603550	22.9013876	22.2118686	13.0236420
11	1547.3332826	2397.1430883	2397.1430883	12.7829840	10.5558450	1546.4843369	2395.2871784	1501.4345368	22.5877991	12.7865699	10.5805419
12	1833.7452063	3561.3139194	1150.0636089	18.6380621	12.1056630	1833.5504526	3557.2420818	1150.1780623	23.2117399	18.6355906	12.1405710
13	1790.7328687	3255.8510914	1629.2575279	16.9021804	13.3842402	1790.7426397	3255.8765681	1629.2803011	10.8131926	16.9023380	13.3843924
14	1783.1637337	3109.7703320	1959.4923407	15.9281322	13.6391500	1782.9935949	3109.6836225	1959.5178164	22.8237077	15.9274783	13.6399321
15	1717.0190612	3566.4399216	2379.7734326	18.5948169	14.1314255	1716.1495350	3566.4430178	2379.6902987	24.8306743	18.5924437	14.1530145
16	1810.5341208	3754.5271817	1227.1299947	24.9999864	21.6683971	1810.4588365	3754.3566136	1227.0671286	23.8924306	21.6689141	9.8193094
17	1562.3460000	1958.4982124	1434.7416167	10.0775017	12.1219097	1561.2471073	1957.1821111	1434.7616250	23.1229175	10.0706206	12.1048369
18	1831.3822893	2162.4155160	1441.7670688	11.1318575	11.8523150	1831.6391396	2162.3078890	1441.7141410	21.70999671	11.1321214	11.8527765
19	1754.9570599	2263.4213203	1534.2569926	11.6726069	10.9360978	1754.8477328	2263.2602366	1534.2513273	19.9168602	11.6728597	10.9355469
20	1792.6965259	3390.3654825	1237.6321790	17.4375617	13.7797053	1792.7134706	3390.3652309	1237.6962850	8.6551251	17.4377004	13.7775525
21	1833.3450936	2595.6581834	1425.7209835	13.2645829	9.5917741	1833.3261493	2595.5995451	1425.7070921	20.0564837	13.2649917	9.5918535
22	1812.5507016	3124.0721017	1216.9464277	17.3187028	9.8897677	1810.6590287	3119.7909259	1216.3369144	24.0747652	17.3189889	9.8461493
23	1835.1389172	2754.4381788	1629.6425144	14.4726142	13.6894154	1835.1419170	2754.3411776	1629.6651918	19.0064636	14.4739445	13.6665591
24	1711.0471372	2598.4234324	1635.3551779	14.8657870	14.6391574	1709.8983127	2596.6992502	1635.9222825	24.6717766	14.8661610	14.6443053
25	1776.3223316	2462.8696032	1447.2606948	12.6153218	13.4615667	1776.5341175	2461.1064156	1447.5809663	23.3247664	12.6085419	13.4737423
Promedio	1767.9515055	2786.2254299	1468.0981148	15.1663737	12.5273436	1767.5100627	2785.0755327	1468.1256928	21.0861620	15.1658135	12.5280640

SQP

Tabla C.23: Analisis estadistico con los resultados del algoritmo SQP.

<i>Corrida</i>	$\min(\bar{J})$	\bar{J}_1^*	\bar{J}_2^*	Tiempo [s]
1	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
4	$8.5876090944e - 3$	$1.7041318e - 6$	$8.5859049626e - 3$	44.64
5	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
53	$8.5845517671e - 3$	$7.3070201e - 7$	$8.5838210651e - 3$	47.85
54	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
68	$8.5819299595e - 3$	$1.9618303e - 7$	$8.5817337765e - 3$	42.52
69	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
89	$1.1702149303e + 41$	$1.7658354e + 35$	$1.3634126147e + 41$	164.06
69	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
69	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
<i>Promedio</i>	$2.9255373257e + 40$	$4.4145884e + 34$	$3.4085315367 + 40$	74.76

Tabla C.24: Ganancias del controlador PD obtenidas con SQP

<i>Corrida</i>	Ganancias del controlador PD para $\min(\bar{J})$					
	kp_1^*	kp_2^*	kp_3^*	kd_1^*	kd_2^*	kd_3^*
1	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
4	1012.5185465	274.2272622	120.9719108	25.0000000	23.7569539	6.0523847
5	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
53	831.5983330	479.1407526	33.8013145	25.0000000	20.9447503	8.0692827
54	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
68	2728.7787060	804.1346410	900.8355336	25.0000000	17.2126696	13.1345360
69	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
89	822.1202520	4752.4633131	1879.0006010	16.4016368	20.5206158	17.9270316
90	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
100	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
<i>Promedio</i>	1348.7539594	1577.4914922	733.6523400	22.8504092	20.6087474	11.2958087

Anexo **D**

Gráficas de convergencia del mejor individuo hacia su valor óptimo encontrado por cada algoritmo propuesto

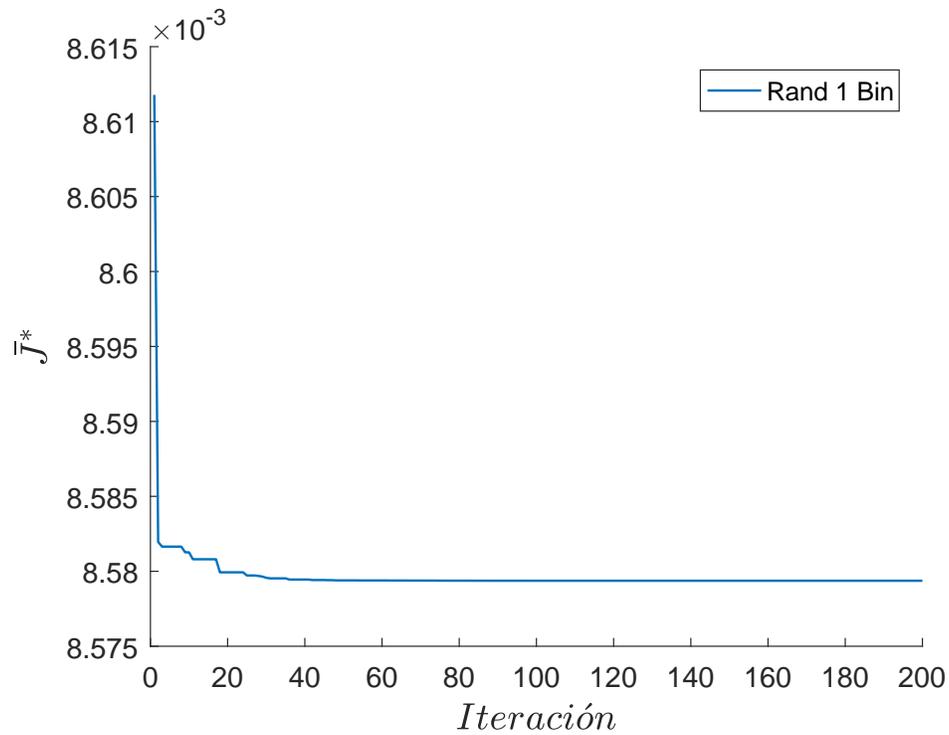


Figura D.1: Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “corrida 20” con ED-Rand 1 Bin.

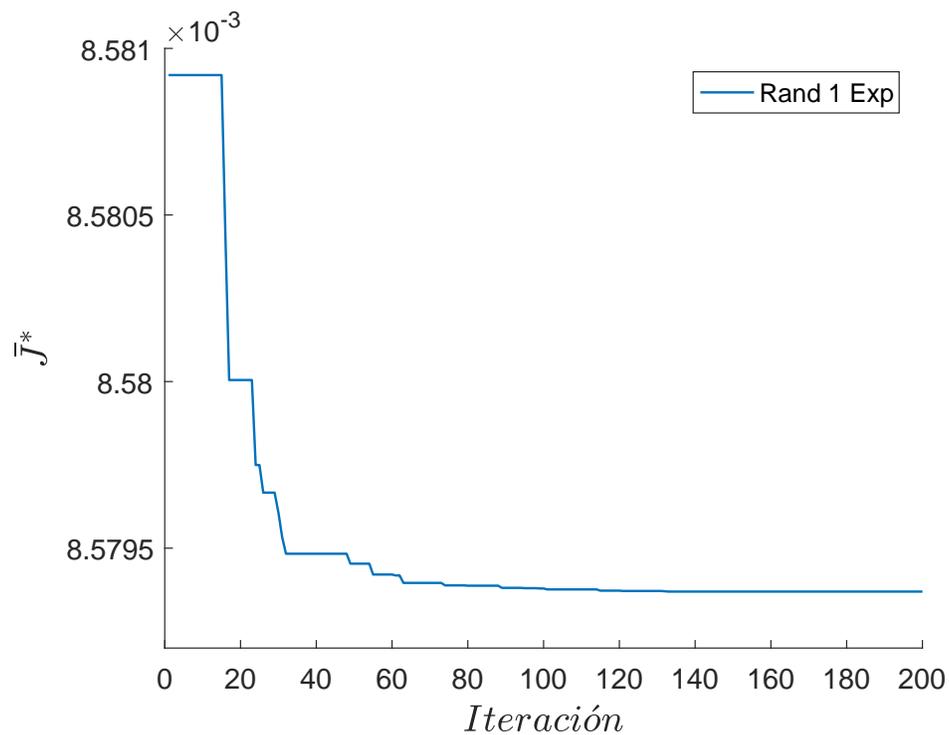


Figura D.2: Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “corrida 21” con ED-Rand 1 Exp.

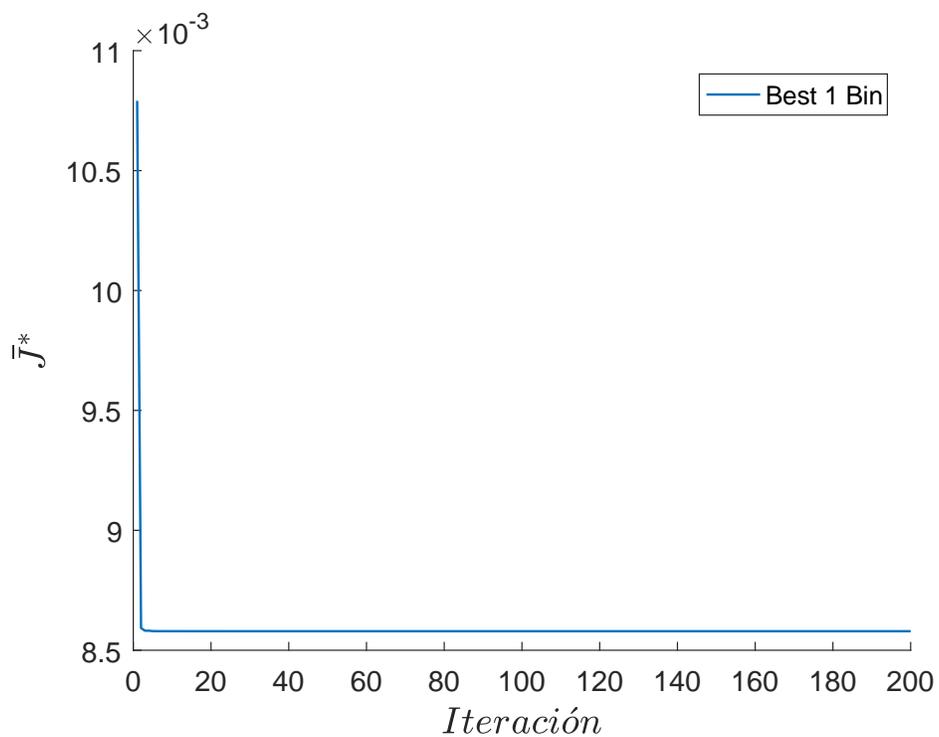


Figura D.3: Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “corrida 3” con ED-Best 1 Bin.

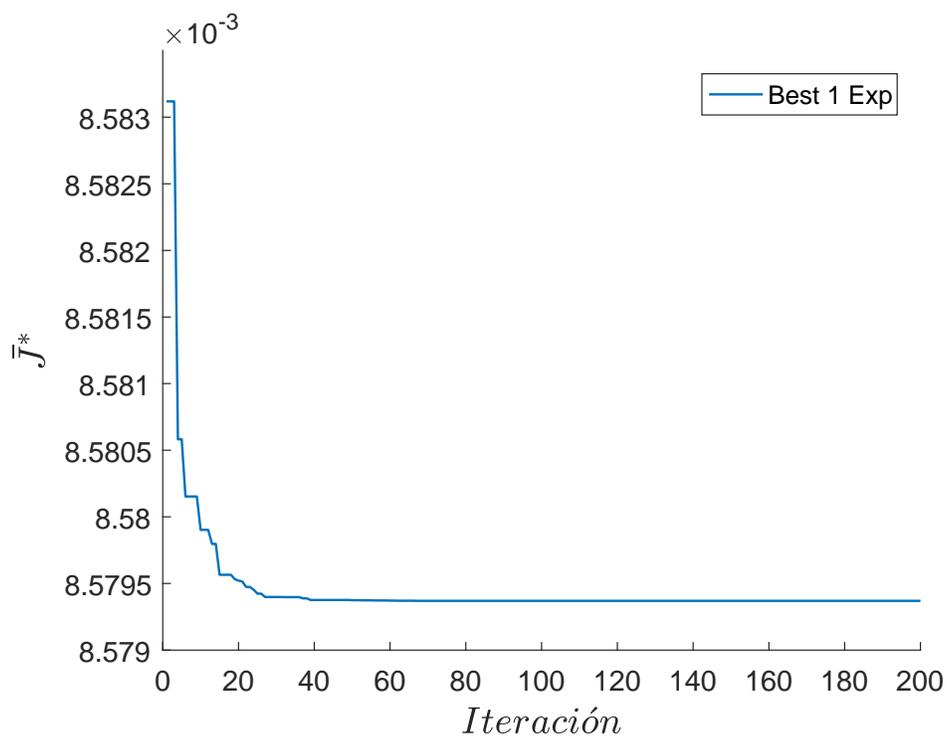


Figura D.4: Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “corrida 14” con ED-Best 1 Exp.

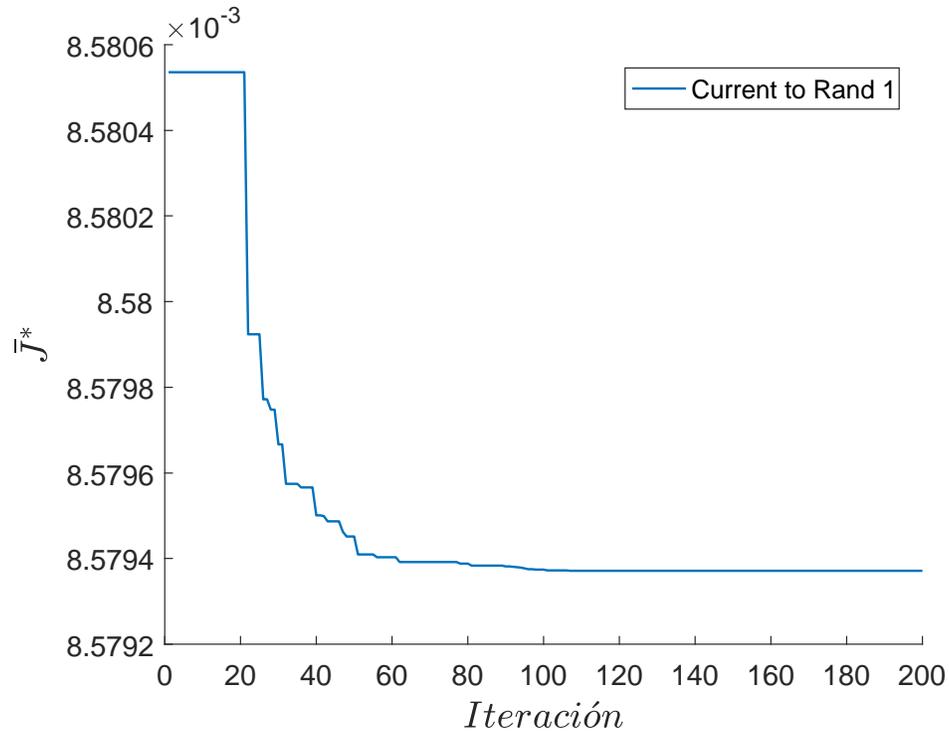


Figura D.5: Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “corrida 25” con ED-Current to Rand 1.

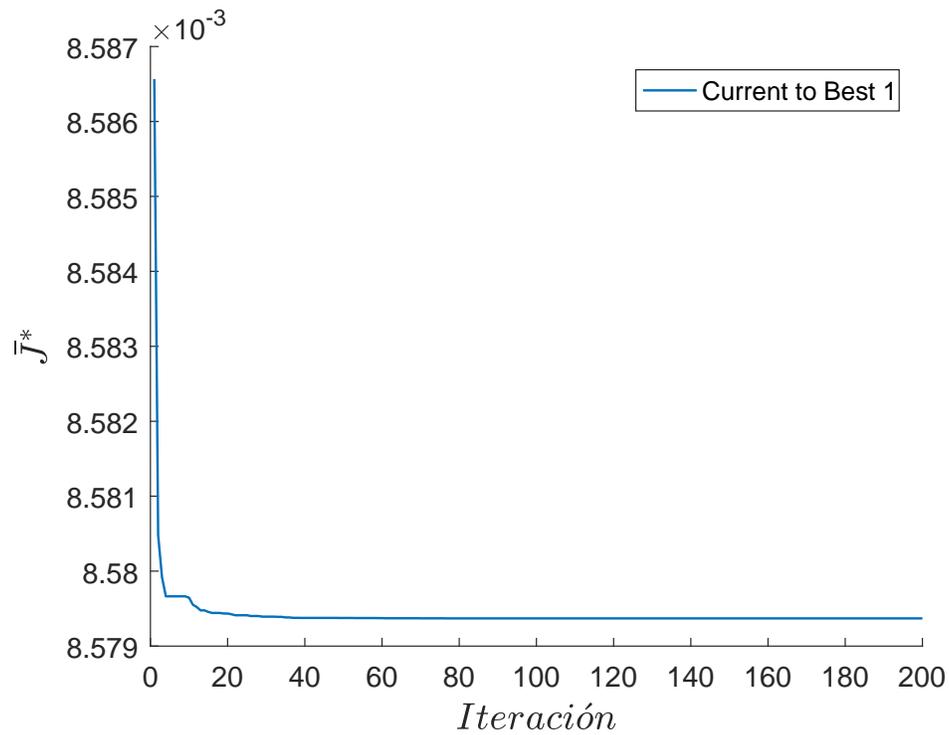


Figura D.6: Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “corrida 14” con ED-Current to Best 1.

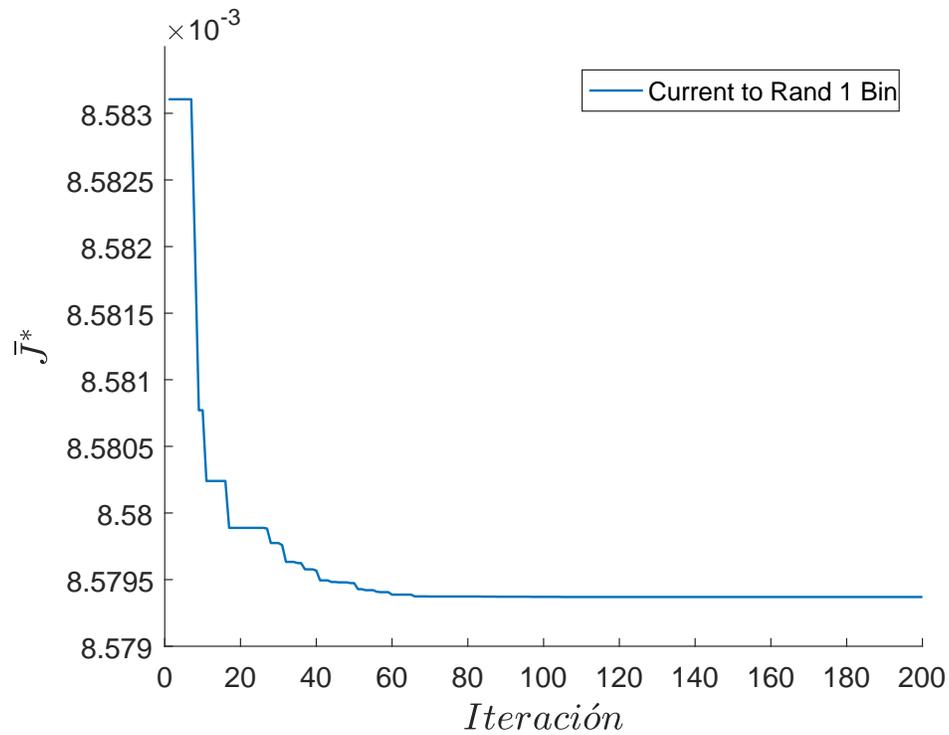


Figura D.7: Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “*corrida 25*” con ED-Current to Rand 1 Bin.

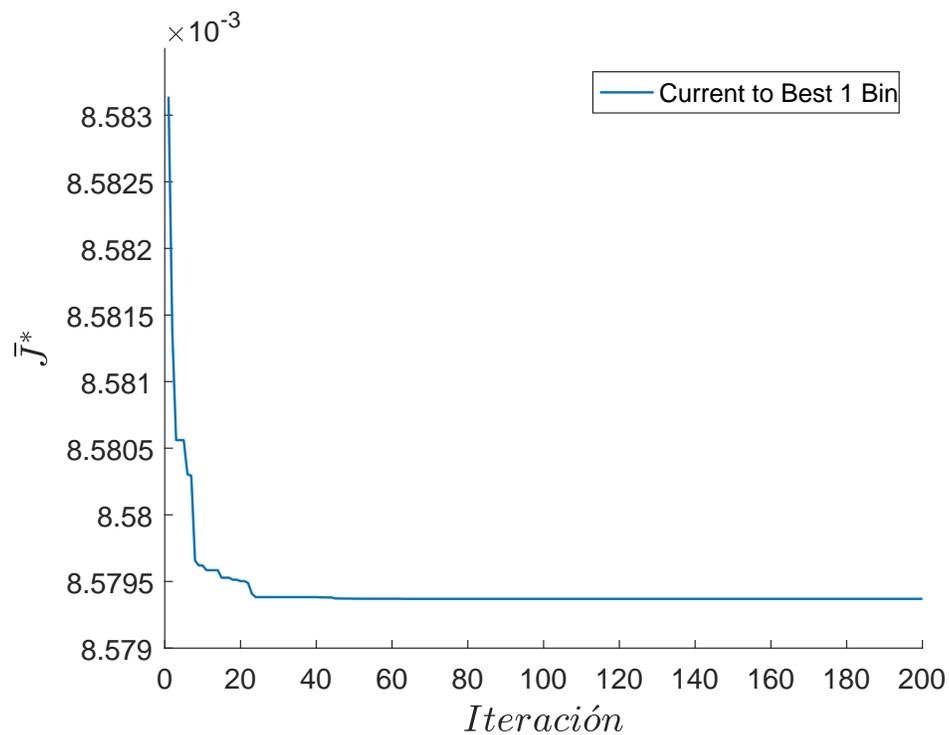


Figura D.8: Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “*corrida 23*” con ED-Current to Best 1 Bin.

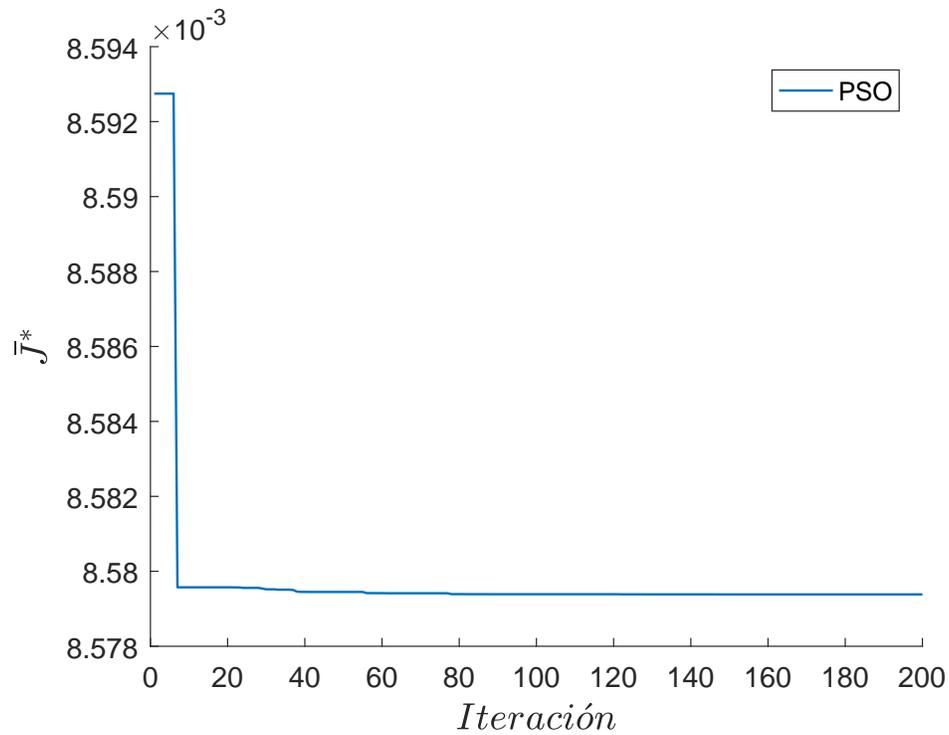


Figura D.9: Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “*corrida 2*” con PSO.

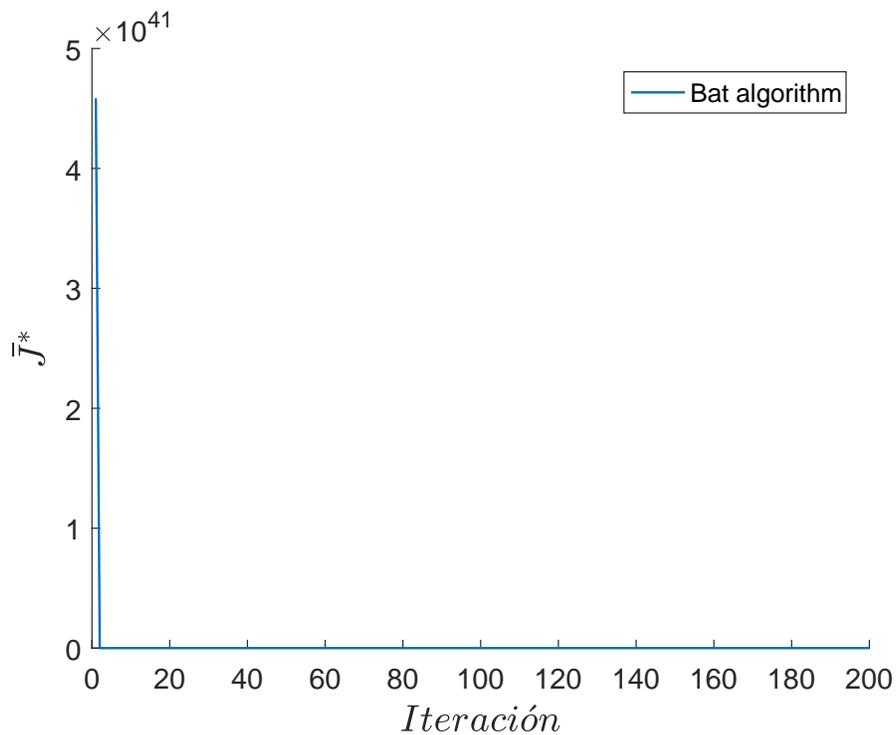


Figura D.10: Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “*corrida 15*” con BA.

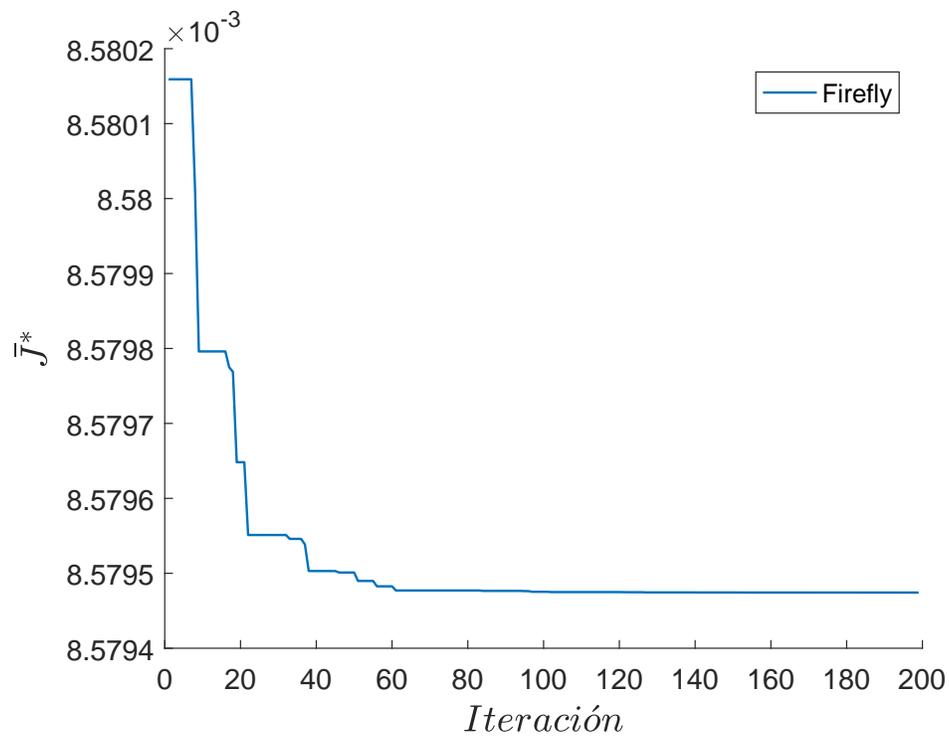


Figura D.11: Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “corrida 16” con FA.

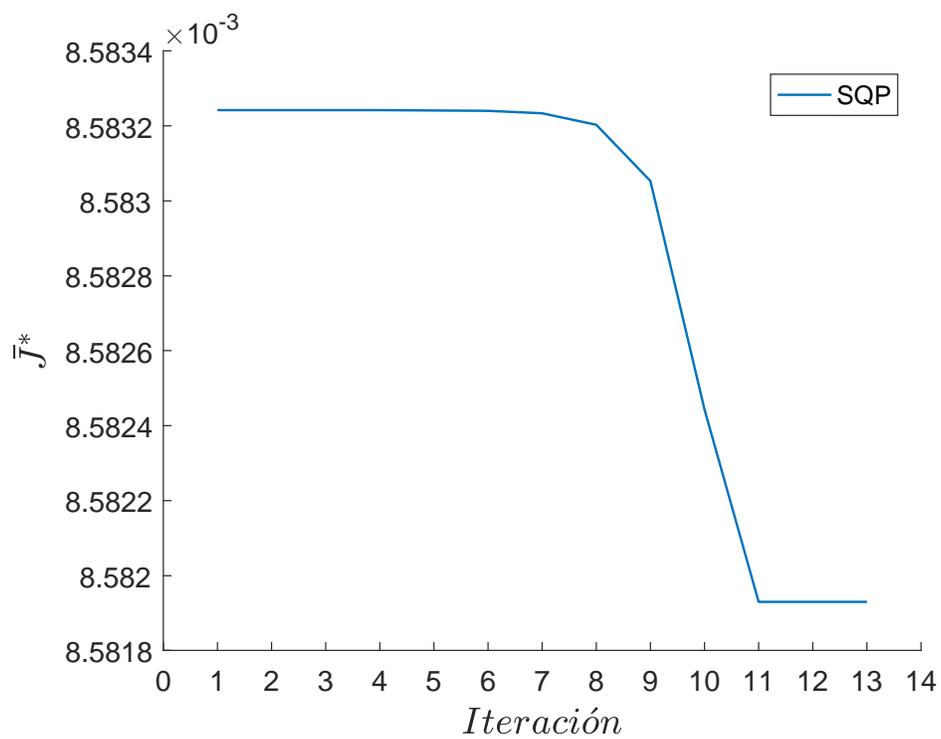


Figura D.12: Comportamiento de la función objetivo con el mejor individuo obtenido en la “corrida 68” con SQP.